ФГОС

УМК

Ю.А. Дробышев

Олимпиады по математике

- Умение анализировать и составлять собственный алгоритм действий
- Развитие логического мышления, внимания, памяти
- Осознанность принятия решений

1–4 классы

ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Ю.А. Дробышев

ОЛИМПИАДЫ по математике

1–4 классы

Рекомендовано Российской Академией Образования

Издание второе, переработанное и дополненное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА
2013

УДК 373:51(075.2)
ББК 22.1я71
Д75

Дробышев, Ю.А.

Д75 Олимпиады по математике. 1–4 классы / Ю.А. Дробышев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 143, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05677-5

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения) для начальной школы.

В сборник включены материалы, которые можно использовать при организации и проведении математических олимпиад, конкурсов, кружковых занятий для младших школьников, дополнительной работы с учащимися, увлечёнными математикой.

Книга будет полезна учителям и родителям, заинтересованным в повышении уровня математических знаний детей и развитии их способностей.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:51(075.2)
ББК 22.1я71

Формат 60x90/16.
Гарнитура «TextBookC». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 2,86. Усл. печ. л. 9.
Тираж 10 000 экз. Заказ № 6233.

ISBN 978-5-377-05677-5

Содержание

Предисловие 4

Задания 7

Вариант 1 7
Вариант 2 9
Вариант 3 11
Вариант 4 13
Вариант 5 15
Вариант 6 17
Вариант 7 19
Вариант 8 21
Вариант 9 23
Вариант 10 25
Вариант 11 27
Вариант 12 29
Вариант 13 31
Вариант 14 33
Вариант 15 35
Вариант 16 37
Вариант 17 39
Вариант 18 41
Вариант 19 43
Вариант 20 45

Решения 47

Предисловие

Гуманизация образования предполагает ориентацию процесса обучения на максимальный учёт личностного опыта школьников, их склонностей, интересов и развитие способностей. Одно из направлений решения этой задачи связано с проведением кружковых занятий, олимпиад и конкурсов.

В связи с этим мы предлагаем материал, который может быть использован для организации и проведения математических олимпиад среди младших школьников как одного класса, так и школы, района; организации кружковых занятий, при этом каждый вариант соответствует содержанию одного занятия; работы по решению математических задач в семейном кругу и в качестве дополнительных заданий на уроках или заданий для домашней работы учащимся, увлечённым математикой.

Среди заданий, включённых в данное пособие: комбинаторные задачи; логические задачи; сюжетные задачи; задачи на разрядный состав числа; задачи на деление нацело и с остатком; задачи на поиск закономерностей (нахождение последовательностей или преобразований); задачи, связанные с нахождением величин; задачи на разрезание; числовые ребусы, связанные с восстановлением записи; задачи на принцип Дирихле, задачи, носящие историко-математическую направленность.

Часть заданий носит комплексный характер, и их решение предполагает использование материала нескольких тем.

Формированию творческой личности способствуют задачи, предполагающие как различные способы решений, так и дающие возможность на основе анализа имеющихся данных выдвигать гипотезы и в дальнейшем подвергать их проверке. Задачи с недостающими данными способствуют формированию критичности мышления и умению проводить мини-исследования. Целью большинства этих задач является формирование таких мыслительных операций, как анализ, синтез, сравнение, аналогия, обобщение.

Выполнение заданий пособия позволит совершенствовать младшим школьникам свои знания и умения по математике. Кроме того, задачи направлены на то, чтобы пробудить у учащихся интерес к математике.

В первой части пособия предлагаются варианты заданий, во второй части приведены их подробные решения. Все задания в каждом варианте по возможности подобраны так, чтобы максимально охватить основные разделы школьного курса математики начальных классов, причём среди них обязательно есть такие, которые доступны для всех учащихся.

Отзывы и предложения можно отправлять по адресу: 248023, г. Калуга, ул. Степана Разина, 26, кафедра геометрии и методики обучения математике или на электронный адрес: drobyshev.yury2011@yandex.ru.

Вариант 1

1. Сколько получится, если сложить:

а) наименьшее трёхзначное число и наибольшее двузначное число;

б) наименьшее нечётное однозначное число и наибольшее чётное двузначное число?

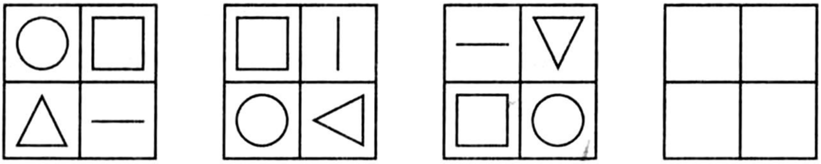
2. На весах, которые находятся в равновесии, на одной чаше лежит одно яблоко и две одинаковые груши. На другой чаше — два таких же яблока и одна такая же груша. Что легче — яблоко или груша? Как вы узнали?

3. В одном классе учатся Иван, Пётр, Сергей. Их фамилии: Петров, Иванов и Сергеев. Установите фамилию каждого из ребят, если известно, что Иван — не Иванов, Пётр — не Петров, Сергей — не Сергеев и что Сергей живёт в одном доме с Петровым. Как вы рассуждали?

4. Периметр листа картона, имеющего форму квадрата, равен 28 дм. Сколько квадратных сантиметров содержит его площадь?

5. Из металлической заготовки вытачивают деталь. Стружки, которые получились при вытачивании 8 деталей, можно переплавить в одну заготовку. Сколько можно сделать деталей из 64 заготовок?

6. Назовите четыре геометрические фигуры, размещённые внутри каждого квадрата. Проследите за тем, как изменяется расположение четырёх фигур в первых трёх квадратах. Заполните пустые клетки. Объясните, на основании чего вы это сделали.



7. Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить на 3 см, а другую — уменьшить на 3 см?

Вариант 2

1. Сколько всего ударов в сутки делают часы, если они бьют каждые полчаса по одному разу, а каждый час 1, 2, 3, ..., 12 раз?

2. Три подружки — Вера, Оля и Таня пошли в лес по ягоды. Для сбора ягод у них были корзина, лукошко и ведёрко. Известно, что Оля была не с корзиной и не с лукошком, Вера — не с лукошком. Что с собой взяла каждая девочка для сбора ягод? Свои ответы обоснуйте.

3. На трёх ветках сидели 24 воробья. Когда с первой ветки перелетели на вторую 4 воробья, а со второй перелетели на третью 3 воробья, то на всех ветках воробьёв оказалось поровну. Сколько воробьёв сидело на каждой ветке первоначально?

4. Периметр квадрата равен 20 см. На сколько квадратных сантиметров увеличится площадь квадрата, если его периметр увеличить на 12 см?

5. Каково наименьшее из чисел, больших 2010, которое при делении на 9 даёт в остатке 7?

6. Вычислите разными способами сумму всех чётных чисел от 10 до 31.

7. Лошадь съедает стог сена за один месяц, коза за два месяца, овца за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой стог сена?

Вариант 3

1. Сколько получится, если сложить наибольшее нечётное двузначное число и наименьшее чётное трёхзначное число?

2. Нарисуйте прямоугольник, площадь которого 12 см^2, а сумма длин сторон 26 см.

3. Сколько понадобится времени, чтобы записать подряд все числа от 5 до 105, если на запись каждой цифры расходуется одна секунда? Ответ выразите в минутах.

4. В двузначном числе количество десятков в два раза меньше числа единиц. Если из этого двузначного числа вычесть сумму его цифр, то получится 18. Найдите это число.

5. Три друга — Винни-Пух, Пятачок и Кролик пошли гулять в красной, зелёной и синей рубашках. Их туфли были тех же цветов. У Винни-Пуха цвет рубашки и туфель совпадали, у Пятачка ни туфли, ни рубашка не были красными, а Кролик был в зелёных туфлях. Как были одеты друзья?

6. Найдите закономерность и вставьте пропущенные буквы и цифры:

875 — 739	яблоко — бок
902 — 898	карета — карта
434 — 389	детали — ?
561 — ?	скатерть — катер

7. Однажды в вагоне Таня стала зашифровывать слова, заменяя буквы их номерами в алфавите. Когда она зашифровала пункты прибытия и отправления поезда, то с удивлением обнаружила, что они записываются с помощью лишь двух цифр: 211221–21221. Откуда и куда идёт поезд?

Вариант 4

1. Вставьте пропущенное слово.

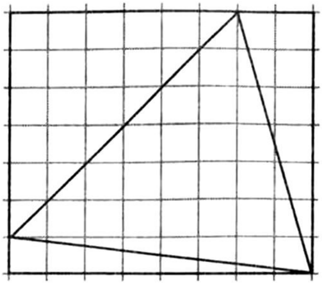
$x - 1 = 1$	февраль
$18 - 2x = 10$	апрель
$48 = 5x + 3$	?

2. Какое наибольшее число суббот может быть в году?

3. Сумма цифр двузначного числа равна некоторому двузначному числу, а цифра, стоящая в разряде десятков, в четыре раза меньше цифры в разряде единиц. Найдите это число.

4. Сколькими нулями оканчивается произведение чисел от 1 до 100 включительно?

5. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



6. В семье четверо детей. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребёнку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на 3?

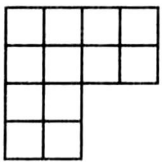
7. Найдите сумму всех возможных различных двузначных чисел, все цифры которых нечётны.

Вариант 5

1. На каком расстоянии от точки *A* на отрезке *AB* надо поставить точку *K* так, чтобы сумма длин отрезков *AK* и *KB* была наименьшей? Длина отрезка *AB* равна 9 см.
2. Сколько можно составить четырёхзначных чисел, сумма цифр которых равна 3? Перечислите эти числа.
3. Летели утки. Одна спереди, две позади, одна позади и две спереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего летело уток?
4. На полке стояли тарелки. Сначала из всех тарелок без двух взяли 1/3 часть, а потом 1/2 оставшихся тарелок. После этого на полке осталось 9 тарелок. Сколько тарелок было на полке?
5. На первой грядке росло в 5 раз больше кустов клубники, чем на второй. Когда с первой грядки пересадили 22 куста на вторую грядку, то число кустов клубники на каждой грядке стало одинаковым. Сколько было кустов на каждой грядке?

6. Учитель проверил работы трёх учеников — Алексеева, Васильева и Сергеева, но не захватил их с собой. Ученикам он сказал: «Все вы написали работу, причём получили различные отметки («3», «4», «5»). У Сергеева не «5», у Васильева не «4», а вот у Алексеева, по-моему, «4». Впоследствии оказалось, что учитель правильно назвал отметку только одному из учеников. Какую отметку получил каждый из ребят?

7. Фигура состоит из 12 одинаковых квадратов. Сколько всего квадратов в этой фигуре? Перечертите её и разделите на четыре равные по площади и по форме части.



Вариант 6

1. Между цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 расставьте знаки арифметических действий и скобки так, чтобы полученное выражение имело значение 100.

2. Как от куска материи в 2/3 метра отрезать полметра, не имея под руками метра?

3. Фотографию прямоугольной формы с размерами 30 см и 40 см увеличили во много раз для изготовления прямоугольного рекламного щита. Площадь щита 48 м^2. Каковы его длина и ширина?

4. Пусть 2 чашки и 2 кувшина весят столько, сколько 14 блюдец, 1 кувшин весит столько, сколько 1 чашка и 1 блюдце. Сколько блюдец уравновесят кувшин?

5. Решите числовой ребус, в котором одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры. Объясните, как вы это сделали.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}\text{КИС}\\ \underline{\text{ССИ}}\end{array}\\ \text{ИСК}\end{array}$$

6. Группа третьеклассников решила после математической олимпиады поехать на экскурсию в Москву. Ежемесячно каждый ученик вносил одинаковую сумму денег, и за 9 месяцев было собрано 22 725 р. Сколько было учеников в классе и какую сумму вносил каждый ученик ежемесячно?

7. Вставьте пропущенное число.

$7x + 3 = 12$	$6/7$	$8 - 7x = 5$
$5x - 7 = 15$	$4/5$	$2 + 5x = 20$
$11x - 2 = 10$	?	$11x + 4 = 7$

Вариант 7

1. Напишите наименьшее четырёхзначное число, в котором все цифры различные.

2. Выделите фальшивую монету среди восьми монет двумя взвешиваниями, если известно, что фальшивая монета тяжелее каждой из остальных.

3. Найдите наименьшее число, которое при делении на 2 даёт остаток 1, а при делении на 3 даёт остаток 2.

4. Периметр прямоугольника равен 48 см, а длина его на 2 см больше ширины. Найдите площадь этого прямоугольника.

5. Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы получилось верное равенство:

$$5* + **3 = **01.$$

6. Мотоциклист за три дня проехал 980 км. За первые два дня он проехал 725 км, при этом он во второй день проехал на 123 км больше, чем в третий день. Сколько километров он проехал в каждый из этих трёх дней?

7. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что один из нас имеет белые, один чёрные и один рыжие волосы, но ни у одного из нас нет волос того цвета, на который указывает его фамилия», — заметил черноволосый. «Ты прав», — сказал Белов. Какой цвет волос у художника?

Вариант 8

1. Сколько кафельных плиток размером 15 × 15 см необходимо иметь, чтобы облицовать кафелем стену, имеющую длину 3 м 6 дм и ширину 27 дм?

2. Для начинок пирогов имеется: рис, мясо, яйца. Сколько различных начинок можно приготовить из этих продуктов? (При этом не надо забывать, что начинку можно приготовить из различного числа продуктов.)

3. Разность двух чисел равна 157, а их частное равно 2. Найдите эти числа.

4. Дан ряд чисел 0, 1, 2, 6, 16, 44, 120, ... Продлите его.

5. Сколько дней прошло, начиная с 19 марта 2003 года по 23 марта 2010 года включительно?

6. Известно, что периметр одного прямоугольника больше периметра другого прямоугольника. Сравните площади этих прямоугольников.

7. Трём военным необходимо добраться до штаба, который находится на расстоянии 60 км от передовой, за три часа. Смогут ли они это сделать, если известно, что пешеход идёт со скоростью 5 км/ч и в их распоряжении есть мотоцикл, на котором можно ехать не более, чем двоим со скоростью не больше, чем 50 км/ч?

Вариант 9

1. Какой из следующих промежутков времени наибольший?
   а) 1500 минут
   б) 10 часов
   в) 1 сутки
2. Найдите трёхзначное число, состоящее из трёх различных цифр, следующих в порядке возрастания, в названии которого все слова начинаются с одной и той же буквы.
3. В коробке лежат геометрические фигуры: треугольники, квадраты и круги. Всего 24 фигуры. Треугольников в 7 раз больше, чем квадратов. Какое возможное число каждой из фигур лежит в коробке?
4. 12 корзин с яблоками и 14 корзин с грушами весят 6 ц 92 кг. Причём, вес одной корзины груш на 10 кг меньше веса одной корзины яблок. Сколько весят по отдельности одна корзина груш и одна корзина яблок?
5. На сколько наибольшее пятизначное число больше наименьшего пятизначного?

6. Вера, Нина и Оля играли в куклы. Они надели на своих кукол по одной вещи: либо одно пальто, либо одну куртку, либо одно платье. Когда мама спросила девочек, во что они одели своих кукол, то те решили пошутить, и одна из них сказала: «Вера надела на куклу платье, а Оля пальто». Вторая ответила: «Вера надела на куклу пальто и Нина — тоже пальто». Затем девочки сказали, что в первом и втором ответе одна часть ответа верна, а другая — неверна. Узнайте, чья кукла в платье, а чья — в пальто.

7. Прямоугольный лист железа разделили на 2 части так, что первая часть оказалась в 4 раза больше второй. Чему равна площадь всего листа, если первая часть на 2208 $см^2$ больше второй?

Вариант 10

1. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3 так, чтобы в каждом числе все цифры были разные.

2. В записи 123456789 поставьте между некоторыми цифрами знак «+» или «−» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100.

3. Если в некотором слове заменить буквы на номера этих букв в алфавите, то получится число 222122111121. Какое это слово?

4. Антоше подарили весы, и он начал взвешивать свои игрушки. Машину уравновесили мяч и два кубика, а машину с кубиком — два мяча. Сколько кубиков уравновешивают машину? (Все мячи у Антоши одинаковые, кубики тоже.)

5. Плитка шоколада состоит из 5×8 квадратных долек. Плитка разламывается по прямым, разделяющим дольки, до тех пор, пока не получится 40 отдельных долек. Сколько раз придётся ломать плитку?

6. Вася должен прочитать занимательную книгу по математике за три дня. В первый день он прочёл полкниги, во второй — треть оставшихся страниц, а в третий день прочитал количество страниц, равное половине страниц, прочитанных за первые два дня. Успел ли Вася прочесть книгу за три дня?

7. Дан квадрат со стороной 6 см. Каждая сторона квадрата разделена точкой на два отрезка, длины которых равны 2 см и 4 см. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются построенные точки.

Вариант 11

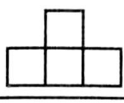
1. Сколько разных ответов и каких можно получить, если поставить скобки в выражении $72 : 9 - 3 \times 2$?

2. Два числа сначала перемножили, а затем большее число разделили на меньшее и получили равные результаты. Что это за числа? Сколько существует таких пар чисел?

3. Деятельница русской культуры, уроженка Калужской губернии княгиня Е.Р. Воронцова-Дашкова прожила 66 лет. В XVIII в. она прожила на 46 лет больше, чем в XIX в. В каком году родилась и в каком году умерла Е.Р. Воронцова-Дашкова?

4. Счётчик автомобиля показывал 12 921 км. Через два часа счётчик стал показывать число, которое одинаково читалось в обоих направлениях. С какой скоростью ехал автомобиль?

5. Переложите пять отрезков так, чтобы получилось два квадрата.



6. Три брата — Иван, Дмитрий и Сергей преподают различные дисциплины в школах Москвы, Санкт-Петербурга и Калуги. Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Санкт-Петербурге. Москвич преподаёт не историю. Тот, кто работает в Санкт-Петербурге, преподаёт химию. Дмитрий преподаёт биологию. Какую дисциплину преподаёт Сергей и в школе какого города?

7. Задача простая: деревья в саду.
Семь деревьев. По три в ряду.
Их посадить нужно в шесть рядов.
Задача простая... Ответ ваш готов?

Вариант 12

1. Катя в 6 раз моложе своего прадедушки; если между цифрами её возраста поставить 0, то получится возраст её прадеда. Сколько ей лет?

2. Яблоки разделили на две неравные кучки. Когда из первой кучки переложили половину имевшихся в ней яблок во вторую, а затем из второй кучки переложили в первую половину яблок, оказавшихся во второй, то в первой стало 18 яблок, а во второй — 8. Сколько яблок было в каждой кучке первоначально?

3. Сколько имеется четырёхзначных чисел, которые делятся на 45 и две средние цифры у них 97?

4. Во втором туре олимпиады участвуют 30 человек. Во время решения задач один из учеников сделал 12 ошибок, а остальные — меньше. Попробуйте доказать, что на олимпиаде имеются по крайней мере три ученика, сделавшие одинаковое количество ошибок.

5. Сколько существует трёхзначных чисел, которые не содержат цифру 8?

6. Дан треугольник, длины сторон которого соответственно равны 7 см, 12 см, 9 см. Объясните, как построить отрезок, соединяющий его вершину и противоположную сторону, длиной в 9 см так, чтобы периметры двух полученных треугольников были одинаковыми.

7. Восстановите первоначальную запись.

$$
\begin{array}{cccc}
 & & * & * \\
 & \times & * & 3 \\
\cline{2-4}
 & * & 2 & 2 \\
1 & * & * & \\
\hline
* & * & 0 & *
\end{array}
$$

Вариант 13

1. Во сколько раз увеличится трёхзначное число, если к нему приписать такое же число?

2. У Карлсона насморк. Он пользуется квадратными платками размером 25 × 25 см. За восемь дней Карлсон израсходовал 3 м^2 ткани. Сколько платков в день тратил Карлсон?

3. Если бы школьник купил 11 тетрадей, то у него осталось бы 8 р., а на 15 тетрадей у него не хватает 12 р. 24 к. Сколько денег было у школьника?

4. Вставьте пропущенные знаки.

БУРЬЯН	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○	БУРЯ
ВАЛЕНОК	○ ○	○ ○ ○	ВЕНОК
КИОСК	?	?	ИСК

5. В коробке лежат 7 синих и 5 красных шаров. Какое наименьшее количество шаров необходимо достать (не глядя), чтобы среди них было по крайней мере 2 синих и 1 красный?

6. Каждому из троих ребят родители купили конфеты. Вите 5 конфет, Маше меньше, чем Вите, а Саше столько же конфет, сколько Вите и Маше вместе. Сколько конфет могли купить всем ребятам?

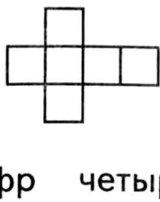
7. Ослику пришлось делить корм (овёс и сено) с лошадью и с коровой. Если ослик ест овёс, то лошадь ест то же, что и корова. Если лошадь ест овёс, то ослик ест то, что не ест корова. Если корова ест сено, то ослик ест то же, что и лошадь. Кто всегда ест из одной и той же кормушки?

Вариант 14

1. Из пунктов A и B, расстояние между которыми 70 км, отправились одновременно пешеход и велосипедист со скоростями 5 км/ч и 15 км/ч соответственно. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

2. Мальчик поймал рыбу. Когда у него спросили, сколько весит пойманная рыба, он сказал: «Я думаю, что хвост её весит 1 кг, а голова весит столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Сколько весит рыба?

3. Данная фигура состоит из 6 одинаковых квадратов. Её периметр равен 84 см. Найдите, чему равна площадь данной фигуры.



4. Одна из цифр четырёхзначного числа равна нулю. При вычёркивании нуля число уменьшается в 9 раз. На каком месте стоит нуль? Найдите такие числа.

5. Сколько существует чисел меньших 96, которые делятся и на 2, и на 3?

6. Антон, Володя и Юра пришли в гости к Мише. Они долго беседовали о том, как им удалось провести каникулы.

— Ну, Боков, ты наконец научился плавать? — спросил Володя.

— О, ещё как, — ответил Боков, — могу теперь потягаться в плавании с тобой и Антоном.

— Посмотрите, какую коллекцию марок я собрал, — сказал Петров, прерывая разговор друзей, и достал из шкафа альбом с марками.

Всем, особенно Лукину и Антону, марки очень понравились. А Самохин обещал показать товарищам собранную им коллекцию наклеек. Определите имя и фамилию каждого мальчика.

7. Расшифруйте.

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} \textit{В}\,7 \\ \textit{А}\,\textit{А} \end{array} \\ \hline \textit{В}\,\textit{В}\,\textit{В} \\ \textit{В}\,\textit{В}\,\textit{В}\phantom{\,\textit{В}} \\ \hline \textit{В}\,\textit{Д}\,\textit{Д}\,\textit{В} \end{array}$$

Вариант 15

1. Если от каждого из двух чисел отнять половину меньшего из них, то остаток от большего втрое больше остатка от меньшего. Во сколько раз большее число больше меньшего?

2. Три команды набрали на олимпиаде 285 баллов. Если бы команда школы № 24 набрала на 8 баллов меньше, а команда школы № 46 на 12 баллов меньше, а команда школы № 12 на 7 меньше, то все они набрали бы поровну. Сколько баллов набрали команды школ № 24 и № 12 вместе?

3. Имеются три сосуда вместимостью соответственно 6, 3 и 7 л. В первом сосуде 4, а в третьем — 6 л молока. Используя эти три сосуда, необходимо разлить молоко поровну в два сосуда.

4. Одну сторону квадрата увеличили в 5 раз, а другую уменьшили в 2 раза и получили прямоугольник площадью 160 см^2. Чему равна сторона квадрата?

5. Уберите пять из двенадцати цифр так, чтобы оставшиеся цифры в сумме (по разрядам) составляли 1111.

$$
\begin{array}{r}
 111 \\
+\,333 \\
 777 \\
 \underline{999}
\end{array}
$$

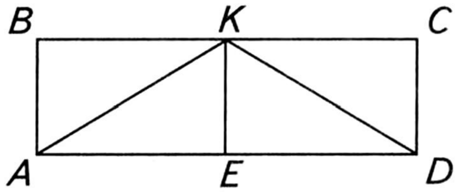
6. До отправления электрички оставалось 2 мин, когда автомобилист находился в 2 км от станции. Первую минуту он ехал со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью он должен ехать вторую минуту, чтобы успеть на электричку?

7. Миша, Сергей и Володя участвовали в математической олимпиаде. При обсуждении того, кто из них может оказаться победителем, были высказаны такие мнения: Миша и Сергей; Миша и Володя; Сергей, но не Володя. Оказалось, что двое из ребят получили дипломы победителей. Кто из них стал победителем олимпиады, если из трёх предположений одно истинно, другое — частично, третье полностью оказалось ложным?

Вариант 16

1. Вычисли наиболее рациональным способом: $12 \times 171 + 29 \times 9 + 171 \times 13 + 29 \times 16$.

2. Периметр треугольников, из которых состоит прямоугольник $ABCD$ равен 180 см. $BK = KC = AE = ED$, $AK = KD = 17$ см. Найдите периметр прямоугольника, у которого одна сторона в 2 раза больше AB, а другая сторона равна BC.



3. Каким числом может быть первое слагаемое? Ответ обоснуйте.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} * * 4 \\ 3 * \end{array} \\ \hline * * * * \end{array}$$

4. За несколько одинаковых книг заплатили 104 р. Цена одной книги выражается натуральным числом. Сколько стоит одна книга, если их куплено больше 10, но меньше 60?

5. Из пунктов A и B, расстояние между которыми 300 км, одновременно выехали два автомобиля. Скорость автомобиля, выехавшего из A, равна 40 км/ч. Определите скорость второго автомобиля, если известно, что через два часа расстояние между автомобилями было 100 км.

6. Таблицу нужно заполнить, используя числа 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждое число появилось в каждом столбце, каждой строчке и каждой диагонали ровно по одному разу. Первые несколько чисел уже расставлены. Какое число будет в центральной клетке?

3	4			5
2				
		?		
				4

7. Сын лесничего помогал отцу вести подсчёт зверей в лесу. После подсчёта он сказал отцу: «Я считал медведей, зайцев и волков. Всего зверей 1000, волков на 250 больше, чем медведей, зайцев на 300 больше, чем волков». Услышав такой ответ, лесничий сказал, что такого быть не может. Прав ли лесничий?

Вариант 17

1. Бегун-спринтер пробегает 100 м за 10 с. Найдите его скорость в м/с, м/мин, км/ч.

2. Расставьте порядок действий в выражении $1891 - (1600 : a + 8040 : a) \times c$ и вычислите его значения при $a = 40$ и $c = 4$. Покажите, как можно изменить выражение, не меняя его числового значения.

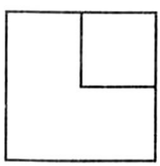
3. В этом веке будет отмечаться 200 лет со дня рождения знаменитого русского математика, уроженца Калужской губернии П.Л. Чебышева. В числе, которым записывается его год рождения, сумма цифр, стоящих в разряде сотен и тысяч, в 3 раза больше суммы цифр, стоящих в разряде единиц и десятков, и цифра в разряде десятков больше цифры в разряде единиц. Определите год рождения П.Л. Чебышева. Известно, что он родился и умер в одном и том же веке и прожил 73 года.

4. Три мальчика участвовали в розыгрыше лотереи «Русское лото». Миша выиграл на 943 р. больше, чем Коля, Витя — на 127 р. больше, чем Миша, а Миша и Коля вместе — на 479 р. больше, чем Витя. Сколько денег выиграл каждый?

5. Каждый из трёх греков принёс одинаковое количество венков. Встретив девять муз, они разделили венки таким образом, что каждый грек и каждая муза имели одинаковое количество венков. Сколько венков имел каждый грек сначала?

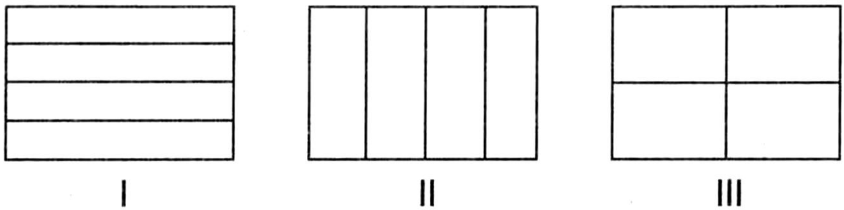
6. Как разрезать прямоугольник, длина которого 16 см, а ширина 9 см, на две равные части, из которых можно сложить квадрат?

7. От квадрата со стороной в 4 см отпилили четвёртую часть так, как показано на рисунке. Разделите оставшуюся часть на 4 равные по площади и по форме части.



Вариант 18

1. Прямоугольный участок земли длиной 140 м и шириной 60 м необходимо разделить на 4 одинаковых прямоугольных участка. Из трёх предложенных вариантов выберите тот, при котором стоимость изгороди для участков будет наименьшей.



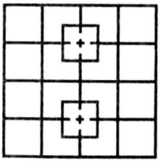
2. В 2001 г. отмечалось 180-летие со дня рождения знаменитого русского математика П.Л. Чебышева. За выдающиеся научные достижения он был награждён высшей наградой Франции — Командорским крестом Почётного легиона. Определите год, когда это произошло, если известно, что сумма цифр в разрядах тысяч и сотен в записи этого числа равна сумме цифр в разрядах десятков и единиц. Кроме того, это число делится на 3 и 5 и цифра в разряде десятков больше цифры в разряде единиц.

3. Запишите любое трёхзначное число, в котором во всех разрядах стоят разные цифры. Полученное число запишите в обратном порядке и из большего числа вычтите меньшее. Попробуйте объяснить, какую цифру в разности достаточно знать, чтобы определить, чему равна разность.

4. Определите закон, по которому записаны эти цифры: 8, 2, 9, 0, 1, 5, 7, 3, 4, 6.

5. В полдень от пристани отошёл теплоход. Через три часа от этой же пристани по тому же маршруту отправился катер. Скорость теплохода 30 км/ч, скорость катера 75 км/ч. Сколько времени понадобится катеру, чтобы догнать теплоход? На каком расстоянии от пристани они будут в этот момент?

6. Сколько всего квадратов изображено на рисунке?



7. Володя утверждает, что позавчера ему было 10 лет, а в будущем году исполнится 13. Возможно ли это?

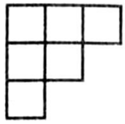
Вариант 19

1. Если одна лошадь на 10 вёрст пути стоит 15 к., то сколько должны заплатить за 16 лошадей на 730 вёрст пути?

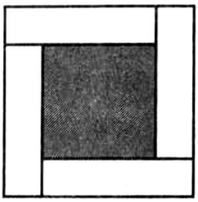
2. Калужский купец решил проверить, насколько сообразительны его трое сыновей. Взяв три шапки, каждая из которых была белая или чёрная, и каждого цвета была по крайней мере одна шапка, он велел сыновьям закрыть глаза, надел каждому на голову шапку и спросил: «Как, видя цвет шапок своих братьев, отгадать цвет своей шапки?» Как сыновья пришли к верному решению?

3. Задумано трёхзначное число, у которого с любым из трёх чисел 543, 142 и 562 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумано?

4. Уберите шесть отрезков так, чтобы осталось три квадрата.



5. Квадрат со стороной, равной 7 ед., разбит на 5 прямоугольников так, как изображено на рисунке. Известно, что площади прямоугольников, прилежащих к границе заштрихованного прямоугольника, равны 10 кв. ед. Длины сторон всех прямоугольников выражены целыми числами. Может ли заштрихованный прямоугольник быть квадратом?



6. Рост Буратино 1 м 4 дм, а длина его носа раньше была 9 см. Каждый раз, когда Буратино обманывал, длина его носа удваивалась. Как только длина его носа стала больше его роста, Буратино перестал обманывать. Сколько раз он обманул?

7. Фермер в 2006 г. купил две овцы. Первая каждые три года рожала по одной овце, а вторая каждые два года по одной овце. Все родившиеся овцы ежегодно рожали по одной овце. Сколько будет овец у фермера в 2010 г.?

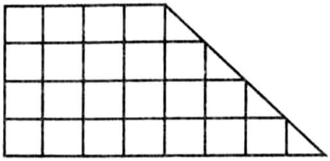
Вариант 20

1. Ворона и попугай измеряют удава, длина которого 3 м 60 см, шагами. Длины шагов птиц различны, а время, потраченное на измерение, одинаковое. Измерять удава они начали одновременно и, пока прошли всё расстояние, встретились 20 раз. Шаг вороны 6 см. Найдите длину шага попугая, если во время каждой встречи им было сделано на 1 шаг меньше, чем вороной.

2. Найдите количество трёхзначных и двузначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 6, 0, 5, удовлетворяющих следующим условиям:
   - в записи числа не используются одинаковые цифры;
   - количество десятков больше или равно 5.

3. Три машины израсходовали за 660 мин 269 л горючего. Известно, что за это время первая машина израсходовала 60 л, а вторая — каждые два часа тратила 26 л. Найдите, сколько расходовала третья машина за час.

4. Разрежьте фигуру на 4 равные части так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник.



5. Сколькими нулями оканчивается произведение $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times .. \times 26$?

6. Задача Евклида. Мул и осёл под вьюком по дороге с мешками шагали. Жалобно охал осёл непосильною ношей придавлен. Это подметивший мул обратился к попутчику с речью: «Что ж, старина, ты заныл и рыдаешь, будто девчонка? Нёс бы вдвойне я, чем ты, если б отдал одну ты мне меру. Если ж бы ты у меня лишь одну взял, то мы бы сравнялись». Сколько нёс каждый из них, о геометр, поведай нам это.

7. Знаменитый русский математик А.Я. Хинчин родился и жил в детстве в г. Кондрово. Он прожил 65 лет. В XX в. он прожил на 53 года больше, чем в XIX в. В каком году родился А.Я. Хинчин?

Вариант 1

1. а) Наименьшее трёхзначное число — 100, а наибольшее двузначное число — 99.

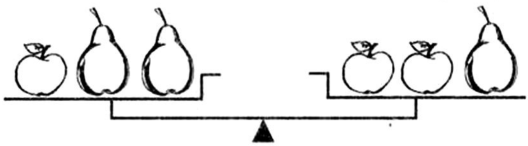
$$100 + 99 = 199$$

б) Наименьшее нечётное однозначное число — 1, а наибольшее чётное двузначное число — 98.

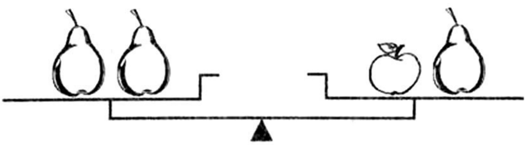
$$1 + 98 = 99$$

Ответ: а) 199, б) 99.

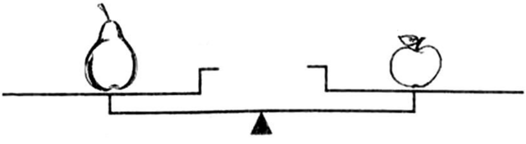
2. Исходя из условия задачи, сделаем рисунок.



Уберём с левой и правой чаш весов по одному яблоку. При этом весы останутся в положении равновесия, так как яблоки были одинаковыми.



Уберём с обеих чаш весов по одной груше.



Получим, что масса яблока и груши одинакова.

Эту же задачу можно было решить, не прибегая к иллюстрации, используя лишь рассуждения.

Уберём с обеих чаш весов по одному яблоку и по одной груше. В этом случае весы останутся в положении равновесия. На левой чаше будет лежать одно яблоко, а на правой — одна груша. Таким образом, масса груши равна массе яблока.

Ответ: масса яблока равна массе груши.

3. В этой задаче речь идёт об именах трёх ребят (Иван, Пётр, Сергей) и их фамилиях (Иванов, Петров, Сергеев). Составим таблицу.

	И	П	С
Иван			
Пётр			
Сергей			

Прописные буквы слева обозначают имена мальчиков, а прописные буквы сверху обозначают фамилии мальчиков. По условию задачи «Иван — не Иванов», «Пётр — не Петров», «Сергей — не Сергеев». Отметим это в таблице.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр		–	
Сергей			–

Последнее условие задачи говорит о том, что «Сергей живёт в одном доме с Петровым». Значит, Сергей — не Петров.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр		–	
Сергей		–	–

Тогда согласно таблице Сергей может быть только Ивановым.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр		–	
Сергей	+	–	–

А это означает, что никто другой из мальчиков фамилию Иванов носить не может.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр	–	–	
Сергей	+	–	–

Согласно таблице Пётр может носить только фамилию Сергеев.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр	–	–	+
Сергей	+	–	–

Тогда фамилия Ивана — Петров.

	И	П	С
Иван	–	+	–
Пётр	–	–	+
Сергей	+	–	–

Ответ: Иван Петров, Пётр Сергеев, Сергей Иванов.

4. 1) $28 : 4 = 7$ (дм) — длина стороны квадрата;

2) $7 \times 7 = 49$ (дм^2) — площадь квадрата;

3) $100 \times 49 = 4900$ (см^2).

Ответ: площадь квадрата равна 4900 см^2.

5. 1) $64 : 8 = 8$ (заготовок) — можно изготовить из отходов при вытачивании 64 деталей;

2) $8 : 8 = 1$ (деталь) — может быть изготовлена из отходов при вытачивании 8 деталей;

3) $64 + 8 + 1 = 73$ (детали).

Ответ: из 64 заготовок можно изготовить 73 детали.

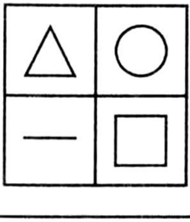
6. Внутри каждого квадрата размещены одни и те же геометрические фигуры: квадрат, круг, треугольник, отрезок.

Расположение их относительно друг друга не меняется. Проследим сначала, как меняется расположение одной и той же фигуры в различных квадратах.

Круг сначала был в левом верхнем квадрате, затем в левом нижнем и наконец в правом нижнем квадрате. Таким образом, при рассмотрении первых трёх рисунков видна закономерность его движения — он двигается по квадратам против часовой стрелки.

Проверим подмеченную закономерность на расположении других фигур. Треугольник был в левом нижнем квадрате, затем переместился в правый нижний квадрат, после чего оказался в правом верхнем. Аналогично проверяется гипотеза для отрезка и квадрата.

На основании подмеченной закономерности делаем вывод о расположении фигур в четвёртом квадрате.



7. Пусть a и b — стороны прямоугольника. Тогда его площадь равна: $S = a \times b$. Стороны изменённого прямоугольника будут $(a - 3)$ и $(b + 3)$, а площадь соответственно будет равна:

$$S_1 = (a - 3) \times (b + 3) = ab - 3b + 3a - 9.$$

Вычислим разность между S_1 и S:

$$S_1 - S = (ab - 3b + 3a - 9) - ab =$$

$$= -3b + 3a - 9 = 3 \times (-b + a - 3).$$

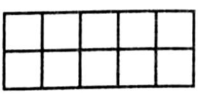
Исследуем полученный результат.

Если $-b + a - 3 = 0$, то площади будут равны.

Это окажется возможным при $a - b - 3 = 0$ или $a = b + 3$. Если $S_1 - S > 0$, то площадь второго прямоугольника будет больше площади исходного. Это возможно при $a - b - 3 > 0$, то есть при $a > b + 3$. Аналогично рассуждая, получим, что $S_1 - S < 0$ при $a < b + 3$.

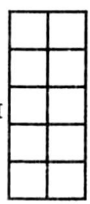
Очевидно, что так задачу в начальной школе решать нельзя. Поэтому рассмотрим, как следовало её решать. Мы предполагаем, что эту задачу ученик может решить практически. Проведя вычислительный эксперимент с различными прямоугольниками, он должен сделать вывод о том, что площадь прямоугольника может увеличиться или уменьшиться, а может и остаться без изменения.

2 см



5 см

5 см

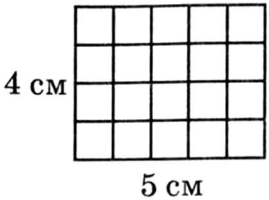


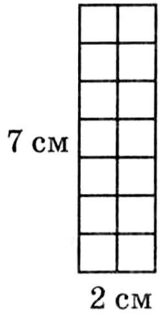
2 см

$S = 5 \times 2 = 10$ см^2

$S_1 = 5 \times 2 = 10$ см^2

Вывод: площадь не изменилась.

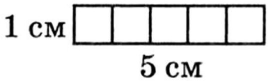


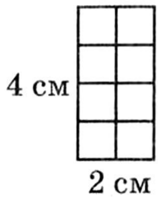


$S = 5 \times 4 = 20$ см^2

$S_1 = 2 \times 7 = 14$ см^2

Вывод: площадь уменьшилась.





$S = 5 \times 1 = 5$ см^2

$S_1 = 2 \times 4 = 8$ см^2

Вывод: площадь увеличилась.

Ответ: площадь может увеличиться, уменьшиться или остаться прежней.

Вариант 2

1. $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) \times 2 + 24 = 180$.

Ответ: 180 ударов.

2. В задаче речь идёт о трёх подружках (Вере, Оле, Тане) и трёх предметах для сбора ягод (корзина, лукошко, ведёрко).

Составим таблицу.

	В	О	Т
к			
л			
в			

Оля была не с корзиной и не с лукошком. Следовательно, Оля была с ведёрком.

	В	О	Т
к		–	
л		–	
в		+	

Значит, ведёрко не могло быть у Веры и Тани.

	В	О	Т
к		–	
л		–	
в	–	+	–

Так как Вера была не с лукошком, то ей остаётся только корзинка.

	в	о	т
к	+	–	
л	–	–	
в	–	+	–

Из этого следует, что у Тани была не корзинка. Таким образом, Таня была с лукошком.

	в	о	т
к	+	–	–
л	–	–	+
в	–	+	–

Ответ: Вера была с корзинкой, Оля — с ведёрком, Таня — с лукошком.

3. 1) $24 : 3 = 8$ (вор.) — было на каждой ветке после перелёта;

2) $8 - 3 = 5$ (вор.) — было на третьей ветке первоначально;

3) $8 + 4 = 12$ (вор.) — было на первой ветке;

4) $5 + 12 = 17$ (вор.) — было на первой и третьей ветках до перелёта;

5) $24 - 17 = 7$ (вор.) — было на второй ветке первоначально.

Можно решить задачу другим способом. Для этого оставим первые три действия, а четвёртое и пятое заменим на следующие:

4) $4 - 3 = 1$ (вор.) — было на столько меньше первоначально на второй ветке;

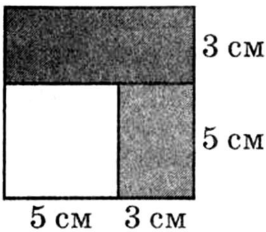
5) $8 - 1 = 7$ (вор.) — было на второй ветке первоначально.

Ответ: первоначально 12 воробьёв сидели на первой ветке, 7 — на второй, 5 воробьёв — на третьей.

4. Так как у квадрата все стороны равны, то

1) $20 : 4 = 5$ (см) — длина одной стороны;
2) $5 \times 5 = 25$ (см^2) — площадь квадрата;
3) $12 : 4 = 3$ (см) — на столько увеличилась сторона;
4) $5 + 3 = 8$ (см) — сторона нового квадрата;
5) $8 \times 8 = 64$ (см^2) — площадь нового квадрата;
6) $64 - 25 = 39$ (см^2).

Можно решить эту задачу иначе.



Для того чтобы ответить на вопрос задачи, следует найти сумму площадей закрашенных прямоугольников.

1) $20 : 4 = 5$ (см) — длина стороны квадрата;
2) $5 + 3 = 8$ (см) — длина верхнего прямоугольника;
3) $8 \times 3 = 24$ (см^2) — площадь верхнего прямоугольника;
4) $5 \times 3 = 15$ (см^2) — площадь нижнего прямоугольника;
5) $24 + 15 = 39$ (см^2) — площадь двух прямоугольников.

Ответ: площадь квадрата увеличится на 39 см^2.

5. Разделим 2010 на 9 с остатком.

$$\begin{array}{r|l} -2010 & 9 \\ \underline{18} & \overline{223} \\ -21 & \\ \underline{18} & \\ -30 & \\ \underline{27} & \\ 3 & \end{array}$$

В остатке получили 3. Для того чтобы остаток был равен 7, необходимо делитель увеличить на четыре: $2010 + 4 = 2014$.

Ответ: 2014.

6. Выпишем все чётные числа от 10 до 31:
10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30.

а) Сложим полученные числа:

$$10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30 = 220.$$

б) Можно обратить внимание на то, что сумма чисел, равноудалённых от концов, равна 40:

$$10 + 30 = 12 + 28 = 14 + 26 = \ldots = 40.$$

Таких пар будет пять, и останется число 20.
Вычислим сумму: $40 \times 5 + 20 = 220$.

в) Можно группировать слагаемые таким образом, чтобы их сумма была круглым числом:

$$10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30 =$$
$$= 10 + (12 + 18) + (14 + 16) + 20 + (22 + 28) + (24 + 26) + 30 =$$
$$= 10 + 30 + 30 + 20 + 50 + 30 = 220.$$

Ответ: сумма всех чётных чисел от 10 до 31 равна 220.

7. 1) $6 : 1 = 6$ (ст.) — съедает лошадь за полгода;
   2) $6 : 2 = 3$ (ст.) — съедает коза за полгода;
   3) $6 : 3 = 2$ (ст.) — съедает овца за полгода;
   4) $6 + 3 + 2 = 11$ (ст.) — съедят все животные за 6 месяцев.

Следовательно, стог сена они съедят за 6/11 месяца.

Ответ: один стог сена животные съедят за 6/11 месяца.

Вариант 3

1. Наибольшее нечётное двузначное число — 99, а наименьшее чётное трёхзначное число — 100.

$$99 + 100 = 199$$

Ответ: сумма наибольшего нечётного двузначного числа и наименьшего чётного трёхзначного числа равна 199.

2. Так как площадь прямоугольника равна произведению длины на ширину, то нам нужно представить число 12 в виде произведения двух множителей. Это можно сделать следующим образом.

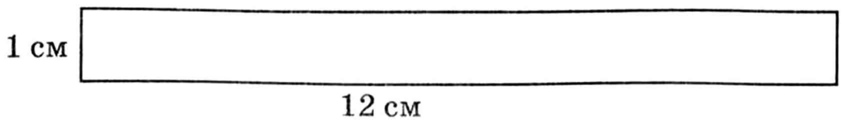
$$12 = 1 \times 12 \qquad 12 = 2 \times 6 \qquad 12 = 3 \times 4$$

Стороны прямоугольника могут быть равны:

$$a = 1 \qquad a = 2 \qquad a = 3$$
$$b = 12 \qquad b = 6 \qquad b = 4$$

Выберем из них те, которые удовлетворяют второму условию. Для этого вычислим сумму их длин:

1) $1 \times 2 + 12 \times 2 = 2 + 24 = 26$ — удовлетворяет условию;
2) $2 \times 2 + 6 \times 2 = 4 + 12 = 16$ — не удовлетворяет;
3) $3 \times 2 + 4 \times 2 = 14$ — не удовлетворяет.



Ответ: $a = 1$ см, $b = 12$ см.

3. Узнаем сначала, сколько однозначных, двузначных и трёхзначных чисел находится в промежутке от 5 до 105.

Однозначных: 5 (от 5 до 9).

Двузначных: 90 (от 10 до 99).

Трёхзначных: 6 (от 100 до 105).

Теперь узнаем, сколько времени понадобится для записи всех чисел от 5 до 105:

$$1 \times 5 + 2 \times 90 + 3 \times 6 = 5 + 180 + 18 = 203 \text{ (с)}.$$

Выразим ответ в минутах.

$$\begin{array}{r|l} -\,203 & 60 \\ \underline{18} & 3 \\ 23 & \end{array}$$

Ответ: 3 минуты 23 секунды.

4. По условию в двузначном числе число десятков в два раза меньше числа единиц, то есть число единиц в два раза больше числа десятков.

Найдём все возможные двузначные числа, удовлетворяющие этому условию.

12 24 36 48

Найдём сумму цифр каждого из полученных чисел.

$1 + 2 = 3$ $2 + 4 = 6$ $3 + 6 = 9$ $4 + 8 = 12$

Вычтем из данных чисел сумму цифр.

$12 - 3 = 9$ $24 - 6 = 18$ $36 - 9 = 27$ $48 - 12 = 36$

Таким образом, условию задачи удовлетворяет число 24.

Ответ: 24.

5. В этой задаче речь идёт о трёх друзьях (Винни-Пухе, Пятачке и Кролике) и трёх цветах их туфель и рубашек. Узнаем сначала цвет туфель каждого из друзей. Составим таблицу.

	В	П	К
к			
з			
с			

Исходя из условия задачи заполним таблицу. У Пятачка туфли были не красными.

	В	П	К
к		–	
з			
с			

Кролик был в зелёных туфлях.

	В	П	К
к		–	
з			+
с			

Таким образом, Кролик не мог быть в красных и синих туфлях.

	В	П	К
к		–	–
з			+
с			–

Следовательно, Винни-Пух был в красных туфлях, а Пятачок в синих.

	В	П	К
к	+	–	–
з	–	–	+
с	–	+	–

Так как цвет рубашки и туфель у Винни-Пуха совпадал, то он был в красной рубашке. Значит, Кролик был в синей рубашке, а Пятачок — в зелёной.

Ответ: Винни-Пух в красной рубашке и красных туфлях, Пятачок в зелёной рубашке и синих туфлях, Кролик в синей рубашке и зелёных туфлях.

6. 875 – 739 = 136. Если в слове «яблоко» убрать 1, 3, 6 буквы, то получится слово «бок». Проверим найденную закономерность на втором примере.

902 – 898 = 4. Если в слове «карета» убрать четвёртую букву, то получим слово «карта». Применим найденную закономерность к третьему заданию.

434 – 389 = 45. Убираем четвёртую и пятую буквы в слове «детали», получаем «дети».

Слово «катер» получается из слова «скатерть», если в нём убрать 1, 7 и 8 буквы. Это означает, что разность чисел равна 178. Найдём вычитаемое. Для этого из уменьшаемого вычтем разность: 561 – 178 = 283.

Ответ: дети, 178, 283.

7. Выпишем все буквы алфавита.

А 1	Б 2	В 3	Г 4	Д 5	Е 6	Ё 7	Ж 8	З 9	И 10	Й 11
К 12	Л 13	М 14	Н 15	О 16	П 17	Р 18	С 19	Т 20	У 21	Ф 22
Х 23	Ц 24	Ч 25	Ш 26	Щ 27	Ъ 28	Ы 29	Ь 30	Э 31	Ю 32	Я 33

Первое слово может начинаться либо на вторую, либо на двадцать первую букву алфавита (Б или У).

Вторая буква тогда может быть либо 1 или 11, либо 1 или 12 (А или Й, А или К). БА или БЙ, УА или УК.

Рассмотрим сначала первый вариант: БА.

Третьей буквой может быть либо А (1), либо К (12), то есть имеем буквосочетания БАА или БАК.

Тогда четвёртая буква для буквосочетания БАА будет либо Б (2), либо Ф (22), то есть получаем БААБ или БААФ. Заканчивая анализ этого варианта, имеем БААБУ, БААФА, БААББА. Очевидно, что полученные буквосочетания не являются названиями городов.

Четвёртой буквой буквосочетания БАК может быть либо У (21), либо Б (2). В первом случае имеем слово БАКУ, во втором — название города не получилось. Таким образом, город, из которого идёт поезд, это БАКУ.

Второе слово может начинаться либо с буквы Б (2), либо с буквы У (21). Тогда за буквой Б может следовать либо А (1), либо К (12). В этом случае имеем буквосочетание БА или БК.

За буквой У может следовать либо буква Ф (22), либо Б (2). Тогда имеем буквосочетания УФ и УБ. Очевидно, что присоединяя к буквосочетанию УФ последнюю букву А (1), получаем город УФА.

Таким образом, поезд следовал по маршруту БАКУ–УФА.

Ответ: Баку–Уфа.

Вариант 4

1. Решим первое уравнение.

$$x - 1 = 1$$
$$x = 2$$

Справа написан месяц февраль. Он является вторым месяцем в году. Проверим подмеченную закономерность на следующем примере. Для этого решим второе уравнение.

$$18 - 2x = 10$$
$$2x = 18 - 10$$
$$x = 4$$

Апрель является четвёртым месяцем в году. Значит, найденная закономерность правильная. Решаем третье уравнение.

$$48 = 5x + 3$$
$$5x = 48 - 3$$
$$x = 9$$

Следовательно, справа должен стоять девятый месяц. Им является сентябрь.

Ответ: сентябрь.

2. Так как в году может быть 365 или 366 дней, то для расчёта наибольшего количества суббот выберем большее из этих чисел — 366. Суббота встречается один раз в семь дней. Следовательно, чтобы узнать число суббот в году необходимо 366 разделить на 7 с остатком.

$$\begin{array}{r|l} -366 & 7 \\ \underline{35} & \overline{52} \\ -16 & \\ \underline{14} & \\ 2 & \end{array}$$

Получится, что в году будет 52 субботы и ещё 2 дня, на один из которых тоже может выпасть суббота. Таким образом, наибольшее количество суббот будет $52 + 1 = 53$.

Ответ: 53 субботы.

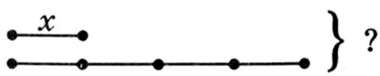
3. *Первый способ решения.* Выпишем те однозначные числа, для которых выполняется второе условие — одно их них в четыре раза меньше другого. Эти числа: 1 и 4, 2 и 8.

Из полученных пар выберем ту, которая удовлетворяет первому условию — сумма цифр должна равняться некоторому двузначному числу:

$1 + 4 = 5$ — не удовлетворяет;

$2 + 8 = 10$ — удовлетворяет.

Второй способ решения. Представим условие задачи в виде чертежа.



Пусть x — число десятков. Тогда $4x$ — число единиц. Наименьшее двузначное число — 10. Составим уравнение.

$$x + 4x = 10$$
$$5x = 10$$
$$x = 2$$

Тогда $2 \times 4 = 8$.

Следовательно, число 28 удовлетворяет условию. Аналогично можно составить уравнение для других чисел от 11 до 18 и сделать вывод.

Третий способ решения. Исходя из условия задачи сумма цифр должна делиться на 5. Таких чисел два: 10 и 15.

$$10 : 5 = 2$$
$$2 \times 4 = 8$$

Получим число 28.

$$15 : 5 = 3$$
$$3 \times 4 = 12$$

В этом случае не получим двузначного числа.

Ответ: 28.

4. *Первый способ решения.* Для того чтобы узнать, на сколько нулей оканчивается произведение чисел от 1 до 100, нам необходимо узнать, сколько раз будет встречаться множителем пятёрка. Среди сомножителей числа $1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 99 \times 100$ на 5 делятся 20 чисел ($100 : 5 = 20$).

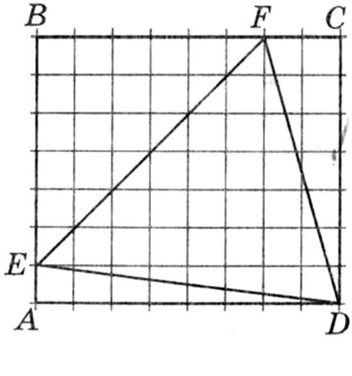
Из них на 25 делятся 4 числа ($20 : 5 = 4$). Значит, все пятёрки встречаются множителем 24 раза. Среди множителей числа $1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 99 \times 100$ имеется 50 чётных чисел, поэтому двойка будет встречаться обязательно 24 раза. Откуда следует, что произведение оканчивается 24 нулями.

Второй способ решения.

Разложим все составные числа на простые множители. Нам надо узнать теперь, сколько в разложении пятёрок. Они есть в числах 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100. Всего круглых чисел 10; по два числа при разложении дают две пятёрки. Это 50 и 100. Получается 12 пятёрок. Чисел, оканчивающихся на 5, тоже 10, но два числа при разложении дают две пятёрки. Это 25 и 75. Получается 12 пятёрок. Всего получается 24 пятёрки. Двоек в разложении больше, чем 24. Значит, произведение оканчивается 24 нулями. Остальные числа в произведении нулей не дают.

Ответ: 24 нулями.

5. Обозначим вершины прямоугольника и треугольника буквами A, B, C, D, E, F.



Так как одна сторона прямоугольника содержит 8 ед., а вторая 6, то площадь прямоугольника $ABCD$ равна $8 \times 6 = 48$ кв. ед. Для нахождения площади треугольника EFD нам необходимо из площади прямоугольника $ABCD$ вычесть площадь треугольников AED, EBF, FCD. Площадь каждого из этих треугольников равна половине прямоугольника, построенного на его сторонах. Таким образом, площадь треугольника EFD может быть вычислена следующим образом:

$$48 - ((1 \times 8) : 2 + (5 \times 6) : 2 + (2 \times 6) : 2) =$$

$$= 48 - (4 + 15 + 6) = 48 - 25 = 23.$$

Ответ: площадь треугольника 23 кв. ед.

6. *Первый способ решения.* В задаче речь идёт о четырёх ребятах (Ане, Боре, Вере, Гале) и четырёх возрастах детей (5 лет, 8 лет, 13 лет и 15 лет).

Представим условие задачи в виде таблицы.

Аня	Боря	Вера	Галя
5, 8, 13, 15	5, 8, 13, 15	5, 8, 13, 15	5, 8, 13, 15

Так как одна девочка ходит в детский сад, то, следовательно, Боре не может быть 5 лет.

Аня	Боря	Вера	Галя
5, 8, 13, 15	8, 13, 15	5, 8, 13, 15	5, 8, 13, 15

По условию сумма лет Ани и Веры делится на 3. Исходя из этого девочкам может быть 5 и 13 или 8 и 13 лет. Но 15 лет ни одной из них быть не может.

Аня	Боря	Вера	Галя
5, 8, 13	8, 13, 15	5, 8, 13	5, 8, 13, 15

Так как Аня старше Бори, то ей может быть только 13 лет, Боре — 8, а Вере — 5. Гале в таком случае будет 15.

Второй способ решения. Можно рассуждать по-другому.

Так как одна из девочек ходит в детский сад, то, следовательно, Боре не может быть 5 лет. По условию

Аня старше Бори. Значит, ей может быть 13 или 15 лет. По третьему условию сумма лет Ани и Веры делится на 3. На 3 в данном случае делится только сумма 13 и 5. Таким образом, Ане — 13 лет, Вере — 5 лет, Гале — 15 лет.

Ответ: Вере 5 лет, Боре 8 лет, Ане 13 лет, Гале 15 лет.

7. Для того чтобы узнать, сколько таких чисел, попробуем определить, какие цифры могут стоять в разряде десятков. Таких цифр пять:

$$1, 3, 5, 7, 9.$$

Вторая цифра тоже должна быть нечётной, следовательно, её тоже можно выбрать пятью способами.

Всего таких чисел будет $5 \times 5 = 25$. Выпишем эти числа и найдём их сумму.

$$11 + 13 + 15 + 17 + \ldots + 93 + 95 + 97 + 99 =$$

$$= (11 + 99) \times 12 + 55 = 1375$$

Ответ: 1375.

Вариант 5

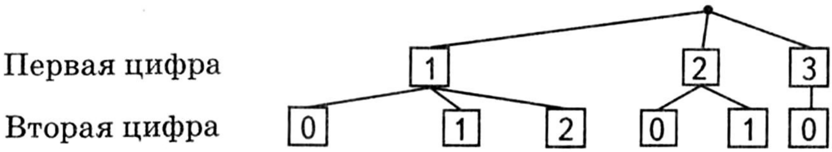
1. Так как всегда сумма длин отрезков AK и KB равна длине отрезка AB, то точка K может быть любой точкой отрезка AB.

Ответ: на любом.

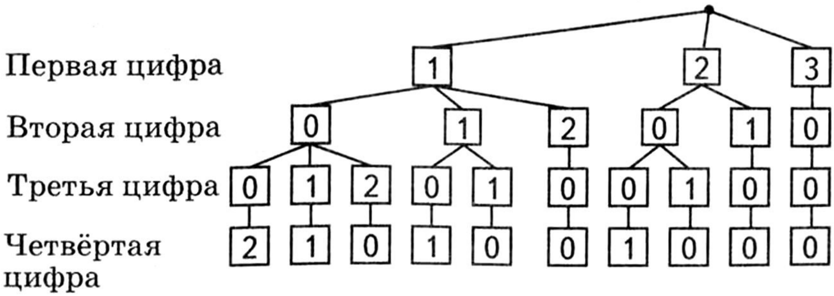
2. Так как по условию сумма цифр равна трём, то можно исключить все цифры начиная с четырёх.

Начинаться число с нуля не может, следовательно, на первом месте может стоять одна из трёх цифр 1, 2, 3. Дальнейшее решение представим в виде схемы.

Теперь надо выбрать вторую цифру для каждого из трёх случаев.



Аналогично определим третью и четвёртую цифры.

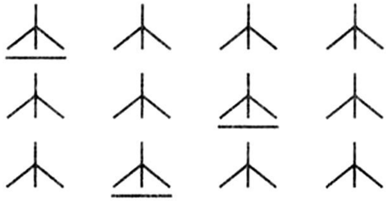


Получены числа:

1002	1101	2001	3000
1011	1110	2010	
1020	1200	2100	

Ответ: 10 чисел.

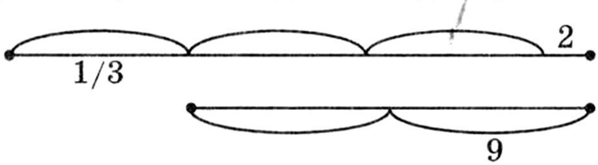
3. Изобразим схематически, как летели утки.



Как видно из рисунка, речь в задаче идёт о трёх утках.

Ответ: 3 утки.

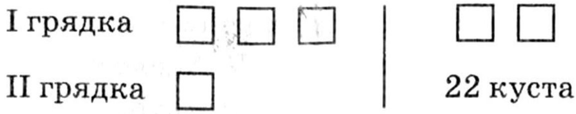
4. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) $9 \times 2 = 18$ (тар.) — осталось после того, как в первый раз взяли тарелки;
2) $18 - 2 = 16$ (тар.) — приходится на 2/3;
3) $16 : 2 = 8$ (тар.) — приходится на 1/3;
4) $8 \times 3 = 24$ (тар.) — приходится на все тарелки без двух;
5) $24 + 2 = 26$ (тар.) — было.

Ответ: 26 тарелок было на полке.

5. *Первый способ решения.* Построим графическую модель условия задачи.



1) 22 : 2 = 11 (кустов) — приходится на 1/5 всех кустов (было на II грядке);
2) 11 × 5 = 55 (кустов) — было на I грядке.

Второй способ решения.

1) 5 + 1 = 6 (частей) — всего;
2) 6 : 2 = 3 (части) — приходится на каждую грядку;
3) 5 − 3 = 2 (части) — пересадили с первой грядки на вторую;
4) 22 : 2 = 11 (кустов) — приходится на одну часть (было на второй грядке);
5) 11 × 5 = 55 (куста) — было на первой грядке.

Третий способ решения.

1) 22 + 22 = 44 (куста) — на столько меньше на второй грядке, чем на первой;
2) 44 : 4 = 11 (кустов) — приходится на одну часть (было на второй грядке);
3) 11 × 5 = 55 (кустов) — было на первой грядке.

Ответ: 11 кустов было на второй грядке, 55 кустов было на первой грядке.

6. Так как в данной задаче неясно, какое из утверждений истинно, то нужно рассмотреть три случая.

Случай 1. Пусть учитель сказал верно Сергееву. Тогда, исходя из условия задачи, заполним таблицу.

У Сергеева не «5». Поставим в соответствующей клетке «–». «У Васильева не «4» — это утверждение неверно. Следовательно, Васильев получил «4». Поставим «+» в соответствующей клетке. «У Алексеева «4» — это утверждение неверно. Следовательно, Алексеев получил не «4». Поставим «–» в соответствующую клетку.

	А	С	В
3			
4	–		+
5		–	

Так как Васильев получил «4», то он не мог получить «3» или «5», а Сергеев не мог получить «4». Отразим это в таблице.

	А	С	В
3			–
4	–	–	+
5		–	–

Анализ таблицы позволяет сделать вывод, что Сергеев получил «3», а Алексеев — «5».

	А	С	В
3	–	+	–
4	–	–	+
5	+	–	–

Случай 2. Пусть учитель сказал правду Васильеву, а двум другим ученикам назвал неверную отметку. Тогда, исходя из условия, заполним таблицу. «У Василье-

ва не «4». Поставим «–» в соответствующей клетке. «У Сергеева не «5» — это ложное утверждение. Значит, Сергеев получил «5». Поставим «+» в соответствующей клетке. «У Алексеева «4» — это ложное утверждение. Следовательно, у Алексеева не «4». Поставим знак «–» в соответствующую клетку.

	А	С	В
3			
4	–		–
5		+	

Из таблицы видно, что «4» не получил ни один из учеников. Это противоречит условию задачи. Следовательно, наше предположение было ошибочным.

Случай 3. Рассмотрим предположение, что верна третья часть ответа, а именно: «Алексеев получил «4» и неверны первые два утверждения: «У Сергеева не «5», у Васильева не «4». Заполним таблицу, исходя из этих условий.

	А	С	В
3			
4	+		+
5		+	

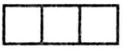
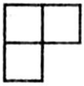
Видим, что двое ребят одновременно получили «4», что противоречит условию. Следовательно, это предположение также ошибочно.

Ответ: Алексеев получил «5», Сергеев — «3», Васильев — «4».

7. Фигура содержит 12 маленьких и 5 больших квадратов. Таким образом, всего в фигуре 17 квадратов.

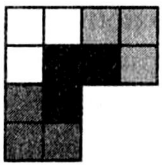
1) 4 + 4 + 4 = 12 (кв. ед.) — площадь исходной фигуры;
2) 12 : 4 = 3 (кв. ед.) — площадь искомой фигуры.

Так как площадь фигуры равна 3 кв. ед, то она может иметь следующую форму.

I  II 

При составлении исходной фигуры из фигур вида I остаются незаполненными клетки.

Используя фигуру II, получаем решение задачи.



Вариант 6

1. а) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$;

б) $1 \times 2 \times 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$;

в) $1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 - 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$;

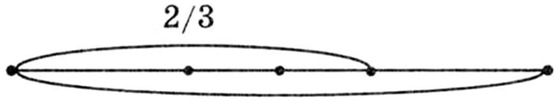
г) $1 \times 2 \times 3 \times 4 + (5 + 6 - 7) + 8 \times 9 = 100$;

д) $(1 \times 2 + 3) \times 4 \times 5 + 6 - 7 - 8 + 9 = 100$;

е) $(1 + 2 + 3) \times (4 + 5 + 6) - 7 + 8 + 9 = 100$;

ж) $((1 + 2) : 3 + 4 + 5 - 6) \times 7 + 8 \times 9 = 100$.

2. Изобразим условно отрезок длиной в один метр и разделим его на три равные части.



Для того чтобы получить полметра, нам нужно от данного куска отрезать 1/4 его часть. Поэтому поступим следующим образом: перегнём кусок пополам так, чтобы его конец и начало совпали. Повторим эту операцию ещё раз. Получим 1/4 часть данного куска материи, которую необходимо отрезать, чтобы получить кусок материи длиной в полметра.

3. 1) $30 \times 40 = 1200$ (см^2) — площадь фотографии;

2) $480\ 000 : 1200 = 400$ (раз) — площадь щита больше площади фотографии.

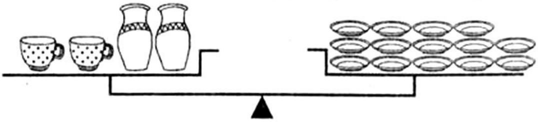
Так как при увеличении каждой стороны прямоугольника в k раз его площадь увеличивается в $k \times k$ раз, то, следовательно, в нашем случае каждая сторона увеличивается в 20 раз: $20 \times 20 = 400$.

3) 30 × 20 = 600 (см) — ширина щита;

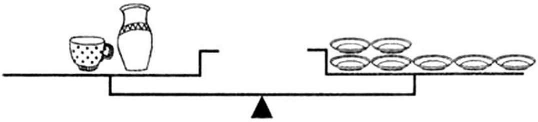
4) 40 × 20 = 800 (см) — длина щита.

Ответ: ширина щита 6 м, длина 8 м.

4. *Первый способ решения* (*графический*).

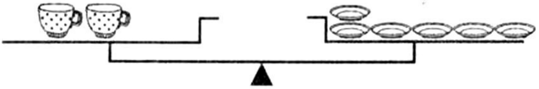


Уменьшим в 2 раза количество предметов на каждой чаше весов.

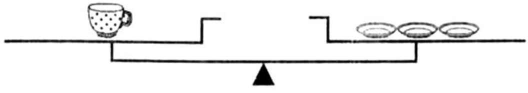


Теперь заменим на левой чаше весов кувшин на блюдце и чашку.

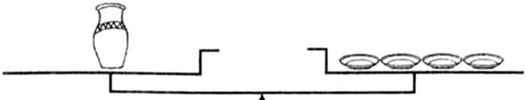
Уберём с обеих чаш весов по блюдцу.



Уменьшим количество предметов на каждой чаше весов в 2 раза.



Так как один кувшин весит столько, сколько одна чашка и одно блюдце, то получим.



Второй способ решения (*аналитический*).

По условию задачи 2 ч + 2 к = 14 б. Разделив обе части равенства на 2, получим 1 ч + 1 к = 7 б. Согласно второму условию 1 к = 1 ч + 1 б.

Из последующих двух равенств имеем:

1 ч + 1 ч + 1 б = 7 б;

2 ч = 6 б;

1 ч = 3 б;

1 к = 1 ч + 1 б = 3 б + 1 б = 4 б.

Третий способ решения (*арифметический*).

1) 14 : 2 = 7 (б.) — уравновесят 2 чашки и блюдце;
2) 7 − 1 = 6 (б.) — уравновесят 2 чашки;
3) 6 : 2 = 3 (б.) — уравновесят чашку;
4) 3 + 1 = 4 (б.) — уравновесят кувшин.

Ответ: один кувшин уравновесят четыре блюдца.

5. При сложении цифр в разряде десятков имеем два случая: И + С = С или (И + 1) + С = 10 + С.
В первом случае И = 0.
Это противоречит условию С + И = К (С + 0 = К).
Из второго случая получаем, что И = 9.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} \text{К}\,9\,\text{С} \\ \text{К}\,\text{С}\,9 \end{array} \\ \hline 9\,\text{С}\,\text{К} \end{array}$$

Так как 9 сотен результата равны сумме двух одинаковых цифр слагаемых и единицы, то К + К = 8, К = 4.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 4\,9\,\text{С} \\ 4\,\text{С}\,9 \end{array} \\ \hline 9\,\text{С}\,4 \end{array}$$

Анализируя сложение в разряде единиц, определим С (С = 5).

$$\begin{array}{r} 495 \\ +\,459 \\ \hline 954 \end{array}$$

Ответ: 954

6. За один месяц ребята сдали 22 725 : 9 = 2525 р.

Для того чтобы определить, сколько каждый из ребят сдавал ежемесячно, нужно знать количество учеников в классе. Это в задаче неизвестно. Однако из условия задачи следует, что это натуральное число, являющееся делителем числа 2525.

Следовательно, в классе могло быть 5, 25 или 101 ученик. Так как в классе 101 человек быть не может, то учеников было 5 или 25.

2525 : 5 = 505 (р.) — сдавали 5 учеников;

2525 : 25 = 101 (р.) — сдавали 25 учеников.

Ответ: 5 учеников сдавали по 505 рублей или 25 учеников сдавали по 101 рублю.

7. Попробуем сначала найти какую-то связь между записанными уравнениями и дробью.

Для этого преобразуем уравнения, стоящие в первой строке.

$7x + 3 = 12$ $\qquad$ $8 - 7x = 5$

$7x = 9$ $\qquad$ $7x = 3$

Сравним теперь полученные уравнения с числом $6/7$. Заметим, что коэффициенты при x и знаменатель равны одному и тому же числу 7, а разность между девятью и тремя численно равна числителю дроби.

Проверим подмеченную закономерность на выражениях, записанных во второй строке.

$5x - 7 = 15$	$2 + 5x = 20$
$5x = 22$	$5x = 18$

Видим, что коэффициенты при x в обоих уравнениях равны знаменателю дроби, а разность между правыми частями первого и второго уравнений равна числителю дроби ($22 - 18 = 4$).

Следовательно, мы правильно подметили закономерность. Согласно найденной закономерности найдём недостающее число:

$11x - 2 = 10$	$11x + 4 = 7$
$11x = 12$	$11x = 3$.

Таким образом, знаменатель дроби равен 11, а числитель — 9 ($12 - 3 = 9$).

Ответ: 9/11.

Вариант 7

1. По условию задачи для записи четырёхзначного числа следует использовать четыре различные цифры. Их можно выбирать из 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

В разряде тысяч наименьшим может быть 1. В разряде сотен наименьшим может быть 0. Так как 1 и 0 мы уже использовали, то цифра десятков будет равна 2.

В результате получаем число 1023.

Ответ: 1023.

2. Разделим все монеты на три группы: две группы по три монеты и одну по две. Кладём на весы по три монеты из первых двух групп. Если весы в равновесии, то фальшивая монета среди двух оставшихся, и вторым взвешиванием мы сможем её определить. Если же одна из чаш весов при первом взвешивании перевесила, то фальшивая монета среди них. Положим по одной монете из этих трёх на весы. Если окажется, что весы находятся в положении равновесия, то оставшаяся монета фальшивая, если одна из чаш весов перевесит, то, следовательно, фальшивая монета лежит на ней.

3. Выпишем сначала числа, дающие при делении на 2 остаток 1: 3, 5, 7, 9, 11, ...

Затем выпишем числа, дающие при делении на 3 остаток 2: 5, 8, 11, 14, 17, ...

Выберем из полученных чисел то, которое удовлетворяет обоим условиям и является наименьшим. Это число 5.

Можно было рассуждать несколько иначе. После того как выписаны числа, дающие при делении на 2 остаток 1, находим, какие из них будут давать при делении на 3 остаток 2, а затем выбираем среди них наименьшее (5, 11, 17, ...) или сначала выписываем числа, дающие при делении на 3 остаток 2, а затем среди них выбираем наименьшее, которое при делении на 2 даст остаток 1.

Ответ: 5.

4. Данную задачу можно решить двумя способами: аналитически и арифметически. Рассмотрим каждый из них.

Первый способ решения. По условию $(a + b) \times 2 = 48$, отсюда можем сделать вывод, что $a + b = 24$.

Используя второе условие $a = b + 2$, получим уравнение для определения b:

$b + 2 + b = 24$

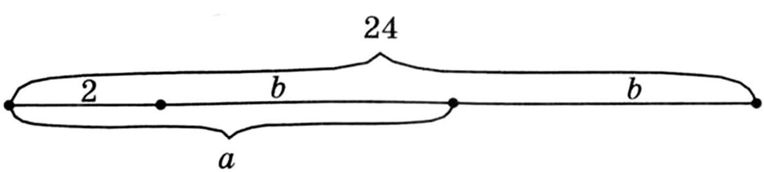
$2b = 22$

$b = 11$ (см).

Из условия $a = b + 2$ находим значение a ($a = 13$). Перемножая значения a и b, получим площадь прямоугольника.

$$S = 13 \times 11 = 143 \text{ (см}^2\text{)}$$

Второй способ решения. Сделаем краткую запись условия задачи в виде чертежа.



4 № 6233

1) $48 : 2 = 24$ (см) — сумма длины и ширины;
2) $24 - 2 = 22$ (см) — удвоенная ширина;
3) $22 : 2 = 11$ (см) — ширина;
4) $11 + 2 = 13$ (см) — длина;
5) $11 \times 13 = 143$ (см^2) — площадь прямоугольника.

Ответ: площадь прямоугольника равна 143 см^2.

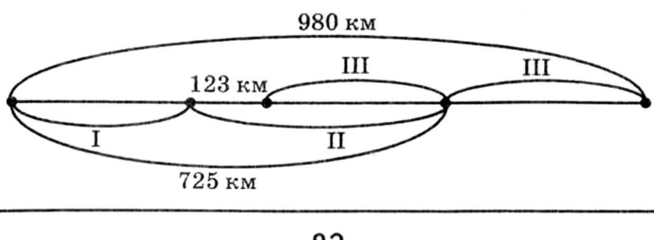
5. Определим сначала цифру единиц в первом слагаемом. Исходя из условия задачи к трём следует прибавить такое слагаемое, чтобы получилось число, оканчивающееся на 1. Этому условию удовлетворяет число 8, так как $8 + 3 = 11$ (58+ **3 = **01).

Теперь будем определять цифру десятков во втором слагаемом. Один десяток мы получили, когда складывали единицы. Прибавив к нему ещё 5 десятков, мы должны получить число, оканчивающееся на 0. Этому условию удовлетворяет 4, так как $5 + 1 + 4 = 10$ (58 + *43 = **01). При сложении десятков мы получили одну сотню, поэтому, для того чтобы получились тысячи, следует прибавить 9 сотен.

Таким образом, получаем $58 + 943 = 1001$.

Ответ: $58 + 943 = 1001$.

6. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) 980 − 725 = 255 (км) — проехал в III день;
2) 255 + 123 = 378 (км) — проехал во II день;
3) 725 − 378 = 347 (км) — проехал в I день.

Ответ: в первый день мотоциклист проехал 347 км, во второй — 378, в третий — 255 км.

7. Данную задачу можно решить с помощью рассуждений или с помощью табличного метода.

Первый способ решения. Белов разговаривал с черноволосым, значит, цвет волос у него не чёрный и не белый (в силу того, что цвет волос не должен указывать на фамилию). Таким образом, у Белова цвет волос рыжий. Так как с Беловым разговаривал черноволосый, то он не мог быть Черновым, а значит, он был Рыжов. Получаем, что художник Рыжов имел чёрный цвет волос.

Второй способ решения. В этой задаче речь идёт о трёх друзьях (Белов, Рыжов, Чернов) и трёх цветах их волос (белые, рыжие, чёрные). Составим таблицу.

	б	р	ч
Б			
Р			
Ч			

Исходя из того, что ни у одного из друзей нет волос того цвета, на который указывает его фамилия, заполним таблицу.

	б	р	ч
Б	–		
Р		–	
Ч			–

Белов разговаривал с черноволосым, значит, он имел не чёрный цвет волос.

	б	р	ч
Б	–		–
Р		–	
Ч			–

Таким образом, Белов имел рыжий цвет волос.

	б	р	ч
Б	–	+	–
Р		–	
Ч			–

Следовательно, Чернов не мог иметь рыжий цвет волос.

	б	р	ч
Б	–	+	–
Р		–	
Ч		–	–

Анализ таблицы позволяет сделать вывод, что Чернов имел цвет волос белый, а значит, у Рыжова был чёрный цвет волос.

	б	р	ч
Б	–	+	–
Р	–	–	+
Ч	+	–	–

Ответ: у художника Рыжова чёрные волосы.

Вариант 8

1. *Первый способ решения.*

1) $15 \times 15 = 225$ (см^2) — площадь одной плитки;
2) $360 \times 270 = 97\ 200$ (см^2) — площадь стены;
3) $97\ 200 : 225 = 432$ (плитки).

Второй способ решения.

1) $360 : 15 = 24$ (плитки) — уложится в один ряд по длине стены;
2) $270 : 15 = 18$ (плиток) — уложится в один ряд по ширине стены;
3) $24 \times 18 = 432$ (плитки).

Ответ: потребуется 432 плитки.

2. Для того чтобы узнать, сколько различных начинок можно приготовить из этих продуктов, мы сначала определим, из скольких компонентов может состоять начинка для пирога.

Начинки из одного компонента можно приготовить тремя способами (рис, мясо, яйцо). Начинки из двух компонентов можно приготовить тремя способами (рис–яйцо, рис–мясо, мясо–яйцо). Начинки из трёх — одним способом (рис–мясо–яйцо). Таким образом, всего можно приготовить семь начинок.

Ответ: семь начинок.

3. Из условия, что частное чисел равно 2, следует, что уменьшаемое в 2 раза больше вычитаемого. Тогда их разность равна вычитаемому, то есть вычитаемое есть число 157, а уменьшаемое в 2 раза его больше — 314.

Аналитически решение может быть оформлено так: из второго условия $a : b = 2$ следует, что $a = 2b$. Используя первое условие, получим:

$a - b = 157$

$2b - b = 157$

$b = 157$

$a = 2b = 314$

Ответ: 157 и 314.

4. Все числа данной последовательности, начиная с третьего, образованы по закону

$$a_n = (a_{n-1} + a_{n-2}) \times 2.$$

$(0 + 1) \times 2 = 2$

$(1 + 2) \times 2 = 6$

$(2 + 6) \times 2 = 16$

$(16 + 6) \times 2 = 44$

$(44 + 16) \times 2 = 120$

$(44 + 120) \times 2 = 328$

Ответ: таким образом, получаем следующий ряд чисел: 0, 1, 2, 6, 16, 44, 120, 328, ...

5. 1) $365 \times 7 + 2 = 2555$ (дней) — прошло за семь полных лет;

2) $23 - 19 = 4$ (дня) — прошло в марте;

3) $2555 + 4 = 2559$ (дней) — прошло всего.

Ответ: всего прошло 2559 дней.

6. Решение данной задачи ученики могут получить в результате проведения вычислительного эксперимента с различными прямоугольниками, например:

а) $a = 3$ см, $b = 4$ см $a = 4$ см, $b = 2$ см

$P_1 = 14$ см $P_2 = 12$ см

$S_1 = 12$ см^2 $S_2 = 8$ см^2

$$S_1 > S_2$$

б) $a = 6$ см, $b = 1$ см $a = 4$ см, $b = 2$ см

$P_1 = 14$ см $P_2 = 12$ см

$S_1 = 6$ см^2 $S_2 = 8$ см^2

$$S_1 < S_2$$

в) $a = 10$ см, $b = 2$ см $a = 5$ см, $b = 4$ см

$P_1 = 24$ см $P_2 = 18$ см

$S_1 = 20$ см^2 $S_2 = 20$ см^2

$$S_1 = S_2$$

Таким образом, имеем три варианта отношений между площадями прямоугольников.

Ответ: площадь одного прямоугольника может быть больше, меньше или равна площади другого прямоугольника.

7. За один час двое военных проедут на мотоцикле 50 км, а один пешком пройдёт 5 км. Далее один из двух, ехавших на мотоцикле, может оставшиеся 10 км пройти за два часа, то есть он за три часа доберётся до штаба. Второй из ехавших на мотоцикле может вернуться за пешеходом, двигаясь со скоростью 40 км/ч. Пешеход за это время пройдёт 10 км, оставшиеся 50 км они могут проехать на мотоцикле за один час. Таким образом, все трое военных доберутся до штаба за три часа.

Ответ: трое военных доберутся за три часа до штаба.

Вариант 9

1. Для сравнения промежутков времени необходимо выразить их в единицах одного наименования, например в часах.

$$1500 : 60 = 25 \text{ часов}$$

$$1 \text{ сутки} = 24 \text{ часам}$$

Таким образом, наибольший промежуток времени равен 1500 минутам.

Ответ: наибольший промежуток времени равен 1500 минутам.

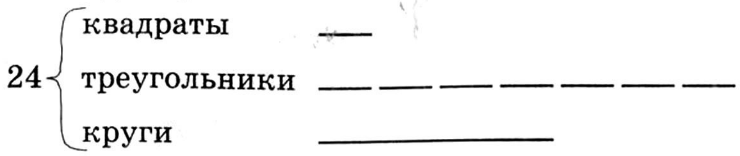
2. Выясним, с каких букв начинаются названия чисел, стоящих в различных разрядах.

1 — один (сто)
2 — два
3 — три
4 — четыре (сорок)
5 — пять
6 — шесть
7 — семь
8 — восемь
9 — девять

Отсюда можно сделать вывод, что повторяются названия только на букву «с». Второму условию задачи (цифры следуют в порядке возрастания) удовлетворяет число 147.

Ответ: 147.

3. *Первый способ решения*. Представим условие задачи в виде чертежа.



Отсюда видно, что сумма треугольников и квадратов должна делиться на 8. Чисел, меньших 24 и делящихся на 8, всего два — это 16 и 8. Проверим каждое из них.

1) 16 : 8 = 2 (кв.);	1) 8 : 8 = 1 (кв.);
2) 2 × 7 = 14 (треуг.);	2) 1 × 7= 7 (треуг.);
3) 24 − 16 = 8 (круг.);	3) 24 − 8 = 16 (круг.).

Второй способ решения.

Так как по условию треугольников в 7 раз больше, чем квадратов, то квадратов могло быть не больше трёх, иначе получилось бы, что всех фигур больше 24.

Пусть был всего 1 квадрат, тогда треугольников было в 7 раз больше, то есть 7. Количество кругов определим, вычислив разность 24 и 8. Кругов было 16.

Пусть квадратов было 2, тогда треугольников было 2 × 7 = 14, а кругов 24 − (14 + 2) = 8.

Пусть квадратов было 3, тогда треугольников было бы 21 и их сумма равнялась бы 24. В этом случае не осталось бы кругов, что противоречит условию задачи.

Третий способ решения.

Треугольников больше, чем квадратов, в 7 раз. Всего таких частей 8. 24 делится на 8, но у нас есть ещё круги. Значит, мы берём ближнее число, которое делится на 8. Это число 16.

1) $16 : 8 = 2$ (кв.);
2) $2 \times 7 = 14$ (треуг.);
3) $24 - 16 = 8$ (круг.).

Ответ: 2 квадрата, 14 треугольников, 8 кругов или 1 квадрат, 7 треугольников, 16 кругов.

4. Данную задачу можно решить тремя способами; аналитически и арифметически. Рассмотрим каждый из них.

Первый способ решения. Исходя из того, что вес одной корзины груш (Г) на 10 кг меньше веса одной корзины с яблоками (Я), можно составить следующее уравнение: Я = Г + 10. Используя первое условие задачи (12Я + 14Г = 692), можем получить уравнение для определения веса одной корзины с грушами.

12(Г + 10) + 14Г = 692

26Г + 120 = 692

26Г = 572

Г = 22 (кг)

Тогда корзина с яблоками весит

32 кг ($22 + 10 = 32$).

Второй способ решения.

1) $10 \times 14 = 120$ (кг) — на столько меньше весят 14 корзин с грушами, чем 14 корзин с яблоками;
2) $692 + 140 = 832$ (кг) — было бы, если бы все ящики были с яблоками;
3) $832 : 26 = 32$ (кг) — вес одной корзины с яблоками;
4) $32 - 10 = 22$ (кг) — вес корзины с грушами.

Третий способ решения.

1) $10 \times 12 = 120$ (кг) — на столько больше весят 12 корзин с яблоками;
2) $692 - 120 = 572$ (кг) — яблок и груш, если бы их было одинаково;
3) $572 : 26 = 22$ (кг) — вес одной корзины с грушами;
4) $22 + 10 = 32$ (кг) — весит корзина с яблоками.

Ответ: 22 кг весит корзина с грушами и 32 кг с яблоками.

5. Наибольшим пятизначным числом является 99 999, а наименьшим — 10 000.

$$99\,999 - 10\,000 = 89\,999$$

Ответ: больше на 89 999.

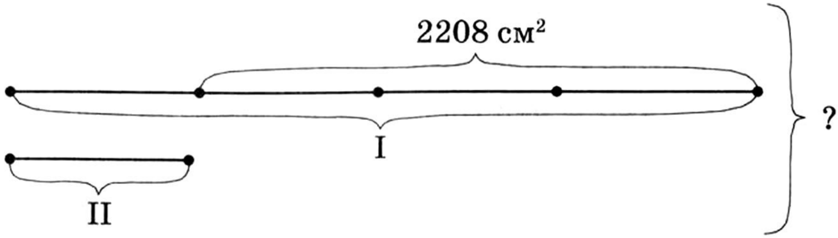
6. Пусть в первом ответе верной была первая часть. (Вера надела на куклу платье.) Отсюда можно сделать вывод, что Олина кукла не была в пальто.

Во втором ответе первая часть будет неверной, так как нам известно, что Вера надела на куклу платье, а следовательно, одеть её в пальто она не могла. Это позволяет сделать вывод о том, что Вера надела на куклу платье, а значит, Нина — пальто.

Если в первом ответе будет верной вторая часть (Оля надела на куклу пальто), то получим противоречие с условием, что во втором ответе одно из высказываний верно (Вера и Нина надели на кукол пальто).

Ответ: кукла Веры в платье, кукла Нины в пальто.

7. Выполним краткую запись задачи.



1) $2208 : 3 = 736$ (см²) — приходится на 1/4 части листа;
2) $736 \times 4 = 2944$ (см²) — площадь первой части листа;
3) $2944 + 736 = 3680$ (см²) — вся площадь.

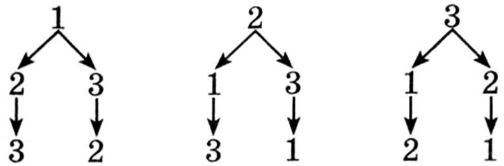
Вместо второго и третьего действий можно сразу получить ответ, исходя из краткой записи:

$$736 \times 5 = 3680 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: площадь листа равна 3680 см².

Вариант 10

1. Определим сначала трёхзначные числа, которые можно составить с помощью цифр 1, 2, 3 так, чтобы в каждом числе все цифры были разными.



Таким образом, получили следующие числа, удовлетворяющие условию задачи: 123, 132, 213, 231, 312, 321. Найдём их сумму.

$$123 + 132 + 213 + 231 + 312 + 321 = 1332$$

Ответ: 1332.

2. $123 - 45 - 67 + 89 = 100$.

3. Фуфайка.

4. В силу того что машину (Маш) уравновешивают мяч (М) и 2 кубика (К), машину с кубиком уравновесят мяч и 3 кубика. Исходя из второго условия имеем, что 2 мяча уравновесят мяч и 3 кубика, то есть один мяч по массе равен 3 кубикам. Таким образом, машину можно уравновесить 5 кубиками.

Эту задачу можно решить аналитически, для этого каждое из условий задачи запишем в виде равенства.

Маш = М + 2К   Маш + К = 2М

Подставляя во второе равенство вместо Маш сумму М + 2К, получим: М + 2К + К = 2М.

Откуда легко находим, что 3К = М.

Из полученного соотношения и первого равенства получим: Маш = 2К + 3К, Маш = 5К.

Ответ: машину можно уравновесить 5 кубиками.

5. Для того чтобы разделить плитку шоколада на 40 равных долек, неоходимо сначала по длине разломить их на 8 полосок.

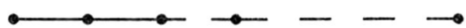
Для этого должно быть сделано 7 разломов. Далее каждую из 8 полосок разделим на 5 долек, для чего каждую полоску необходимо разломить 4 раза. Всего плитку шоколада придётся ломать 28 раз ($7 \times 4 = 28$).

Ответ: 28 раз.

6. Изобразим объём книги отрезком некоторой длины.

За первый день Вася прочитал 1/2 книги, это составляет половину отрезка.

За второй день — 1/3 от оставшейся половины, то есть делим оставшуюся половину на 3 части. Одна из них представляет объём книги, прочитанный во второй день.



За третий день Вася прочитал половину того, что прочитал за первые два дня. Рассмотрим геометрическую иллюстрацию этой величины. Видим, что она составляет 2 маленьких отрезка.

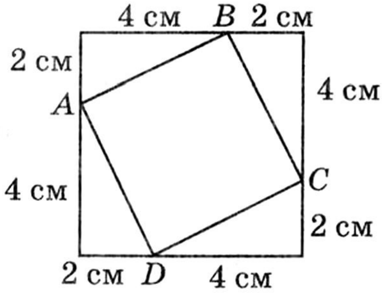
Таким образом, за три дня мальчик прочитал всю книгу.

Ответ: Вася успел прочитать книгу за три дня.

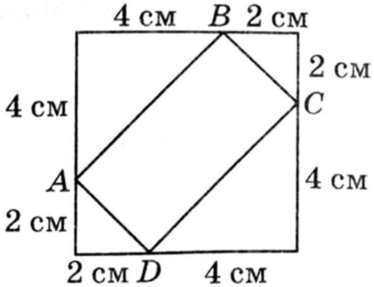
7. Площадь искомого четырёхугольника равна разности площади квадрата и суммы площадей четырёх прямоугольных треугольников.

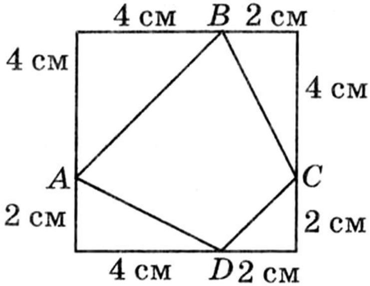
Площадь квадрата равна $6 \times 6 = 36$ (см^2). Из двух прямоугольных треугольников можно составить прямоугольник со сторонами 2 см и 4 см. Площадь его будет равна $2 \times 4 = 8$ (см^2).

Таких прямоугольников у нас будет два, и их площадь равна 16 см^2. Таким образом, площадь четырёхугольника равна 20 см^2 ($36 - 16 = 20$).



Рассуждая аналогично, получим ещё два решения.





Ответ: площадь четырёхугольника 20 см^2, 16 см^2, 18 см^2.

Вариант 11

1. $(72 : 9 - 3) \times 2 = 10;$

$72 : (9 - 3) \times 2 = 24;$

$72 : ((9 - 3) \times 2) = 6.$

Ответ: три разных ответа — 10, 24, 6.

2. Пусть a и b — два числа, о которых говорится в задаче, причём $a > b$. По условию задачи $a \times b = a : b$ или $ab^2 - a = 0$.

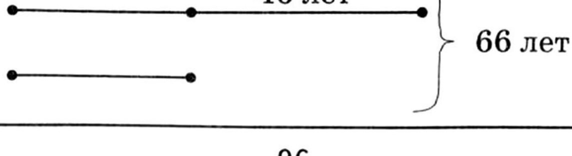
Вынося общий множитель, получим, что

$$a(b^2 - 1) = 0.$$

Отсюда можно сделать вывод, что $b = 1$, a — любое число. Ученики могут рассуждать следующим образом: найдём число при умножении и делении на которое получаем один и тот же результат. Это число — единица. Тогда первое число может быть любым, так как при умножении и при делении его на единицу будем получать это число.

Ответ: единица и любое число. Таких пар бесконечно много.

3. *Первый способ решения*. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) **66 – 46 = 20 (л.)** — Воронцова-Дашкова прожила в конце XVIII – начале XIX века;
2) **20 : 2 = 10 (л.)** — прожила в XIX веке;
3) **46 + 10 = 56 (л.)** — прожила в XVIII веке;
4) **1800 – 56 = 1744** — год рождения;
5) **1800 + 10 = 1810** — год смерти.

Второй способ решения.

1) **66 + 46 = 112 (л.)** — прожила бы Воронцова-Дашкова, если бы в XIX веке прожила столько же, сколько в XVIII веке;
2) **112 : 2 = 56 (л.)** — прожила в XVIII веке;
3) **56 – 46 = 10 (л.)** — прожила в XIX веке;
4) **1800 – 56 = 1744** — год рождения;
5) **1800 + 10 = 1810** — год смерти.

Ответ: 1744–1810 гг.

4. Через два часа счётчик будет показывать число, которое будет начинаться с 13 и оканчиваться 31, так как следующая возможная пара цифр — 14 и 41— не удовлетворяет условию (автомобиль не может проехать за два часа более 1000 км).

Получаем число вида 13*31. Определим, какая цифра может стоять в разряде сотен. Для этого нам придётся проверить цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

а) **13 031 – 12 921 = 110 (км)** — проехал автомобиль за два часа;
110 : 2 = 55 (км/ч) — скорость автомобиля.

б) **13 131 – 12 921 = 210 (км)** — проехал автомобиль за два часа;
210 : 2 = 105 (км/ч) — скорость автомобиля.

в) 13 231 – 12 921 = 310 (км) — проехал автомобиль за два часа;
310 : 2 = 155 (км/ч) — скорость автомобиля.

г) 13 331 – 12 921 = 410 (км) — проехал автомобиль за два часа;
410 : 2 = 205 (км/ч) — скорость автомобиля.

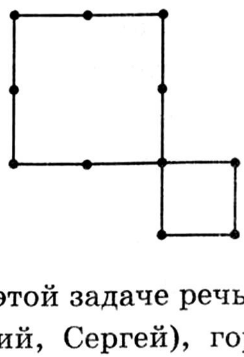
Исходя из возможностей современных автомобилей, можно остановиться на первых трёх случаях.

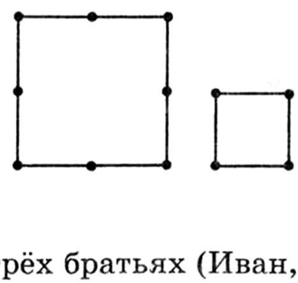
Ответ: 55 км/ч, или 105 км/ч, или 155 км/ч.

5. Подсчитаем периметр отрезков, из которых составлена данная фигура, он равен 12 отрезкам.

Нам необходимо получить два квадрата. Попробуем определить, каковы должны быть длины сторон этих квадратов. Для этого представим 12 в виде двух слагаемых, каждое из которых выражает периметр некоторого квадрата: 12 = 8 + 4.

Отсюда следует, что один квадрат будет со стороной, равной одному отрезку, а другой — со стороной, равной двум отрезкам. Оставляя один квадрат без изменения, получаем два решения.





6. В этой задаче речь идёт о трёх братьях (Иван, Дмитрий, Сергей), городах, в которых они работают (Москва, Санкт-Петербург, Калуга), и их профессиях (историк, химик, биолог). Определим сначала профессию каждого брата. Составим таблицу.

	и	х	б
М			
С			
К			

Исходя из условия задачи заполним таблицу. Москвич преподаёт не историю.

	и	х	б
М	–		
С			
К			

Тот, кто работает в Санкт-Петербурге, преподаёт химию.

	и	х	б
М	–		
С		+	
К			

Таким образом, тот, кто живёт в Санкт-Петербурге, не может преподавать историю и биологию, так же как москвич и калужанин не могут преподавать химию.

	и	х	б
М	–	–	
С	–	+	–
К		–	

Следовательно, биологию преподаёт москвич, а калужанин преподаёт историю.

	и	х	б
М	–	–	+
С	–	+	–
К	+	–	–

На следующем шаге установим соответствие между городом и именем.

Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Санкт-Петербурге.

	И	Д	С
М	–		
С		–	
К			

Как мы выяснили раньше, москвич преподаёт биологию и, кроме того, Дмитрий преподаёт биологию. Следовательно, Дмитрий — москвич.

	И	Д	С
М	–	+	
С		–	
К			

Значит, Дмитрий не может быть жителем Калуги, а Сергей не может работать в Москве.

	И	Д	С
М	–	+	–
С		–	
К		–	

Так как больше нет условий, позволяющих нам заполнить таблицу, нам придётся сделать предположение относительно Сергея и Ивана и посмотреть, что из этого получится.

Случай 1. Пусть Иван работает в Санкт-Петербурге.

	И	Д	С
М	–	+	–
С	+	–	
К		–	

Это означает, что Иван не работает в Калуге, а Сергей — в Санкт-Петербурге.

	И	Д	С
М	–	+	–
С	+	–	–
К	–	–	

Таким образом, Сергей работает в Калуге.

	И	Д	С
М	–	+	–
С	+	–	–
К	–	–	+

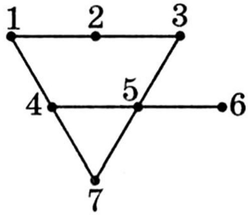
Случай 2. Пусть Иван работает в Калуге.

	И	Д	С
М	–	+	–
С		–	
К	+	–	

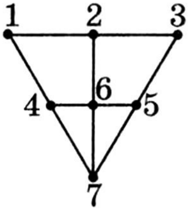
Тогда Иван работает не в Санкт-Петербурге, а Сергей работает не в Калуге. Следовательно, Сергей работает в Санкт-Петербурге.

	И	Д	С
М	–	+	–
С	–	–	+
К	+	–	–

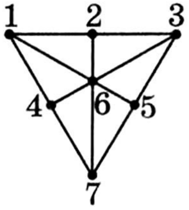
Ответ: Сергей живёт в Калуге и преподаёт историю или Сергей живёт в Санкт-Петербурге и преподаёт химию.



7. Расположим семь деревьев по три в ряду, предварительно пронумеровав каждое из них. В этом случае имеем 4 ряда (123, 456, 147, 357).



Переместим одно дерево (6) так, чтобы количество рядов увеличилось хотя бы на один. Для этого поместим это дерево между деревьями 4 и 5. В этом случае получим 5 рядов (123, 147, 267, 357, 465).



Попробуем подвигать дерево 6 так, чтобы количество рядов увеличилось ещё на один. Для этого посадим его выше деревьев 4 и 5 так, чтобы оно образовывало с деревьями 1 и 5, 4 и 3 два ряда. Получаем ряды 123, 165, 147, 267, 364, 357.

Вариант 12

1. Из условия задачи следует, что возраст Кати записывается двузначным числом, а возраст прадедушки — трёхзначным числом. Число единиц в возрасте Кати, будучи умноженным на 6, даёт число, в котором число единиц будет таким же, как в возрасте прадеда. Найдём такие числа.

$1 \times 6 = 6$ — не подходит;
$2 \times 6 = 12$ — не подходит;
$3 \times 6 = 18$ — не подходит;
$4 \times 6 = 24$ — подходит;
$5 \times 6 = 30$ — не подходит;
$6 \times 6 = 36$ — подходит;
$7 \times 6 = 42$ — не подходит;
$8 \times 6 = 48$ — подходит;
$9 \times 6 = 54$ — не подходит.

Таким образом, возраст Кати заканчивается на 4, 6 или 8. Цифра десятков в возрасте Кати не может быть больше единицы, так как иначе при умножении на 6 получалось бы число большее ста и несодержащее в разряде десятков 0. Следовательно, осталось проверить числа 14, 16, 18. Числа 14 и 16 не подходят, в силу того что при умножении на 6 получаем двузначные числа. Остаётся одно число — 18.

Можно рассуждать так: если между цифрами возраста Кати поставить 0, то получится возраст её прадеда. Значит, Кате двузначное число лет, а прадеду трёхзначное число лет и в середине 0.

Числа 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 не подходят, так как при умножении каждого из них на 6 будут получаться двузначные числа. Остаётся проверить 17, 18, 19.

$17 \times 6 = 102$ — не подходит;

$18 \times 6 = 108$ — подходит;

$19 \times 6 = 114$ — не подходит.

Ответ: Кате 18 лет.

Ответ: 648 чисел.

2. *Первый способ решения.*

1) $8 \times 2 = 16$ (яб.) — было во второй кучке после того, как из первой переложили половину;
2) $18 - 8 = 10$ (яб.) — было в первой кучке после того, как из неё переложили половину;
3) $10 \times 2 = 20$ (яб.) — было первоначально в первой кучке;
4) $16 - 10 = 6$ (яб.) — было первоначально во второй кучке.

Второй способ решения.

I кучка	II кучка	
18	8	стало после того, как из второй кучки переложили в первую
10	16	стало после того, как из первой кучки переложили половину
20	6	было вначале

Ответ: 20 яблок было первоначально в первой кучке, 6 — во второй.

3. Числа, удовлетворяющие условию задачи, имеют вид:

$$a97b$$

В условии задачи сказано, что эти числа делятся на 45, а значит, они делятся на 5 и на 9. Из первого утверждения можно сделать вывод, что $b = 0$ или 5.

$$a970 \text{ или } a975$$

Наиболее вероятный путь нахождения цифры, стоящей в разряде тысяч, — это перебор всех возможных значений a (от 1 до 9).

Таким образом, получаем, что чисел, удовлетворяющих условию задачи, два — **6975, 2970.**

Ответ: два числа **6975, 2970.**

4. Если мы исключим ученика, который совершил 12 ошибок, то оставшиеся 29 человек можно разбить на группы по числу допущенных ошибок: в одну группу попадут ученики, сделавшие одну ошибку, в другую попадут те, кто совершил две ошибки, и так далее, в последнюю включим тех ребят, которые совершили 11 ошибок. Можно предположить, что 22 ученика образовали 11 групп по два человека в каждой, но оставшиеся 7 человек попадут в те же группы. Следовательно, в какой-то из этих групп обязательно окажутся три или более учеников, которые совершили одинаковое количество ошибок. Схематически это можно изобразить так:

12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
    11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
    11 10 9 8 7 6 5

Можно рассуждать так: случаев разных ошибок 12, учеников 30.

$$30 : 12 = 2 \text{ (ост. 6)}$$

Если из 24 учеников каждые двое сделали одинаковое количество ошибок, то у нас остаются ещё 6 учеников. Эти 6 учеников сделают ошибки, и у трёх учеников обязательно будет одинаковое количество ошибок.

5. *Первый способ решения.*

Всего трёхзначных чисел 900. Для того чтобы узнать, сколько из них не содержат в записи цифру 8, необходимо из 900 вычесть количество трёхзначных чисел, содержащих цифру 8. Определим количество этих чисел. От 800 до 899 таких чисел 100. Других чисел, содержащих восьмёрку, будет $19 \times 8 = 152$. Таким образом, количество чисел, не содержащих восьмёрку, равно 648:

$$900 - 100 - 152 = 648.$$

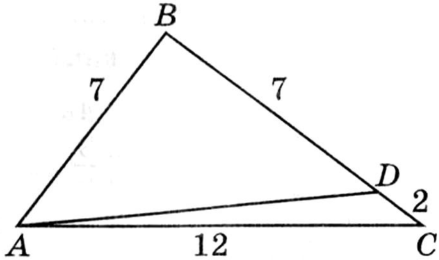
Второй способ решения. От 100 до 199 всего 100 чисел.

Девятнадцать из них содержат восьмёрку.

$100 - 19 = 81$ число в сотне не содержит восьмёрку. Всего таких чисел будет восемь раз по 81. Числа от 800 до 899 следует исключить, так как там везде 8. В результате получаем $81 \times 8 = 648$ чисел.

6. *Первый способ решения.*

Так как в полученных треугольниках одна сторона будет общая (AD), то для того чтобы периметры были равны, необходимо, чтобы сторона в 9 см была разбита на части, разность длин которых равнялась бы разности двух других сторон ($12 - 7 = 5$ см). Исходя из этого число 9 следует представить в виде суммы двух слагаемых, одно из которых на 5 больше другого. Числами, удовлетворяющими этому условию, являются 2 и 7. Таким образом, получаем следующее решение.

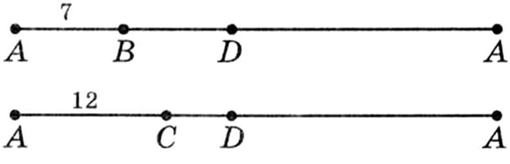


Второй способ решения.

Решение этой задачи будет легко найдено, если периметр представить в виде суммы отрезков.

$$P_{\triangle ABD} = AB + BD + DA$$

$$P_{\triangle ADC} = AC + CD + DA$$



1) 12 − 7 = 5 (см) — на столько BD должно быть больше CD;
2) 9 − 5 = 4 (см) — два отрезка CD;
3) 4 : 2 = 2 (см) — длина отрезка CD;
4) 2 + 5 = 7 (см) — длина отрезка BD.

7. Сначала можно определить цифру единиц в первом множителе, она равна 4, так как только при умножении 4 на 3 получим число, оканчивающееся на 2. Теперь определим цифру десятков первого множителя. Анализируя вторую цифру в неполном произведении, приходим к выводу, что произведение 3 на число десятков должно оканчиваться на 1. Отсюда можно сделать вывод, что цифра десятков равна 7. Рассуждая аналогично, определим цифру десятков во втором сомножителе. Она равна 2.

$$
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} *\,4 \\ *\,3 \end{array} \\
\hline
*\,2\,2 \\
1\,*\,* \\
\hline
\,\,0\,2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 7\,4 \\ *\,3 \end{array} \\
\hline
2\,2\,2 \\
1\,*\,* \\
\hline
\,\,0\,2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 7\,4 \\ 2\,3 \end{array} \\
\hline
2\,2\,2 \\
1\,*\,8 \\
\hline
\,\,0\,2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r} 7\,4 \\ 2\,3 \end{array} \\
\hline
2\,2\,2 \\
1\,4\,8 \\
\hline
1\,7\,0\,2
\end{array}
$$

Вариант 13

1. Запишем произвольное трёхзначное число (531) и припишем к нему такое же число, получим 531 531. Найдём их частное 531 531 : 531 = 1001.

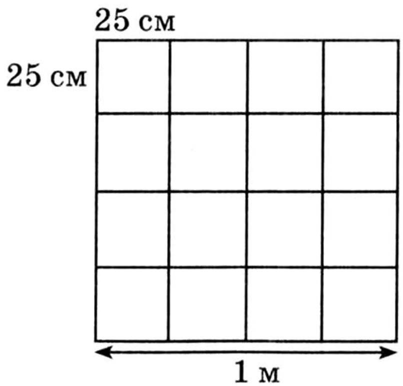
Ответ: трёхзначное число увеличится в 1001 раз.

2. *Первый способ решения.*

1) $25 \times 25 = 625$ (см^2) — площадь одного платка;
2) $3 \times 10\,000 = 30\,000$ (см^2) — содержится в 3 м^2;
3) $30\,000 : 625 = 48$ (пл.) — израсходовал Карлсон за 8 дней;
4) $48 : 8 = 6$ (пл.) — тратил Карлсон в один день.

Второй способ решения.

Из 1 м^2 можно получить 16 платков. Карлсон израсходовал 3 м^2, то есть 48 платков ($3 \times 16 = 48$) за 8 дней. Значит, каждый день он тратил 6 платков ($48 : 8 = 6$).



Третий способ решения.

1) $300 \times 100 = 30\,000$ (см^2) — было в 3 м^2;
2) $300 : 25 = 12$ (пл.) — с одной стороны;

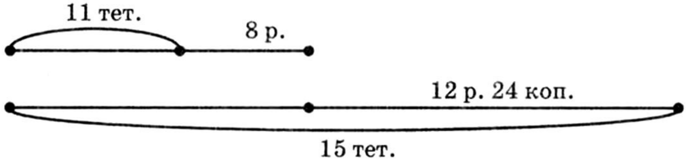
3) $100 : 25 = 4$ (пл.) — с другой стороны;
4) $12 \times 4 = 48$ (пл.) — было;
5) $48 : 8 = 6$ (пл.) — тратил Карлсон в один день.

Четвёртый способ решения.

1) $25 \times 25 = 625$ (см^2) — площадь одного платка;
2) $3 \times 10\,000 = 30\,000$ (см^2) — содержится в 3 м^2;
3) $30\,000 : 8 = 3750$ (см^2) — ткани тратил Карлсон в один день;
4) $3750 : 625 = 6$ (пл.) — тратил в один день.

Ответ: 6 платков в день.

3. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) $15 - 11 = 4$ (тет.) — разность количества покупаемых тетрадей;
2) $800 + 1224 = 2024$ (к.) — стоили 4 тетради;
3) $2024 : 4 = 506$ (к.) — стоимость одной тетради;
4) $506 \times 11 = 5566$ (к.) — стоили 11 тетрадей;
5) $5566 + 800 = 6366$ (к.) — было у школьника.

Ответ: у школьника было 63 рубля 66 копеек.

4. Анализируя слова, записанные слева и справа от таблицы, заметим, что слово БУРЯ получается из слова БУРЬЯН путём удаления четвёртой и шестой букв. Столько кружков и нарисовано в первой строке.

Проверим подмеченную закономерность на словах второй строки. Слово ВЕНОК получается из слова ВАЛЕНОК путём удаления второй и третьей букв.

Таким образом, подмеченная закономерность оказалась правильной. Применим её к словам третьей строки. Слово ИСК получается из слова КИОСК путём удаления первой и третьей букв. Следовательно, в первый квадрат нарисуем один кружок, а во второй — три.

5. Самый плохой случай, если мы вытащим 7 шаров и все они окажутся синими, чтобы появился ещё один красный шар, необходимо вынуть ещё один шар. В этом случае обязательно среди шаров будет один красный и 2 синих.

Ответ: 8 шаров.

6. Исходя из условия задачи Маше могли купить 4, 3, 2 или 1 конфету, но тогда Саше могли купить 9, 8, 7 или 6 конфет. Следовательно, всего ребятам могли купить 18, 16, 14 или 12 конфет.

Ответ: 18, 16, 14 или 12 конфет.

7. Речь в задаче идёт о трёх животных — осле, лошади и корове, которые ели овёс и сено. Нарисуем таблицу, в которой отразим все возможные варианты еды животными овса (О) и сена (С).

	1	2	3	4	5	6	7	8
о	О	О	О	О	С	С	С	С
л	О	О	С	С	О	О	С	С
к	О	С	О	С	О	С	О	С

Из первого условия следует, что если осёл ест овёс, то лошадь ест то же, что и корова. Поэтому исключаем варианты 2 и 3.

	1	4	5	6	7	8
о	О	О	С	С	С	С
л	О	С	О	О	С	С
к	О	С	О	С	О	С

Согласно второму условию, если лошадь ест овёс, то осёл ест то, что не ест корова. Это условие исключает варианты 1 и 6.

	4	5	7	8
о	О	С	С	С
л	С	О	С	С
к	С	О	О	С

В третьем условии говорится: если корова ест сено, то осёл ест то же, что и лошадь. Это даёт возможность исключить четвёртый вариант.

	5	7	8
о	С	С	С
л	О	С	С
к	О	О	С

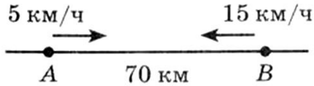
Таким образом, получаем 5, 7 и 8 варианты, которые не противоречат всем трём условиям. Из них следует, что только ослик ест из кормушки с сеном.

Ответ: ослик ест всегда из кормушки с сеном.

Вариант 14

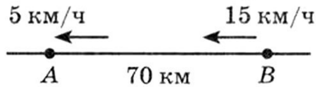
1. В этой задаче не указано, в каком направлении движутся велосипедист и пешеход, поэтому возможны четыре различных случая.

Случай 1. Движение навстречу друг другу.



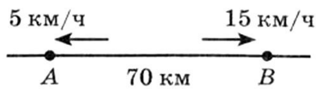
1) $5 + 15 = 20$ (км/ч) — скорость сближения;
2) $20 \times 3 = 60$ (км) — сблизились за 3 часа;
3) $70 - 60 = 10$ (км) — на таком расстоянии окажутся через 3 часа.

Случай 2. Движение в одном направлении.



1) $5 \times 3 = 15$ (км) — пешеход прошёл за 3 часа;
2) $15 \times 3 = 45$ (км) — велосипедист проехал за 3 часа;
3) $70 - 45 = 25$ (км) — осталось велосипедисту до пункта A;
4) $25 + 15 = 40$ (км) — на таком расстоянии окажутся через 3 часа.

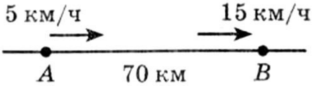
Случай 3. Движение в противоположных направлениях.



1) $5 \times 3 = 15$ (км) — пешеход прошёл за 3 часа;

2) $15 \times 3 = 45$ (км) — велосипедист проехал за 3 часа;
3) $15 + 45 = 60$ (км) — удалились друг от друга;
4) $60 + 70 = 130$ (км) — на таком расстоянии окажутся через 3 часа.

Случай 4. Движение в одном направлении.



1) $5 \times 3 = 15$ (км) — пешеход прошёл за 3 часа;
2) $15 \times 3 = 45$ (км) — велосипедист проехал за 3 часа;
3) $70 - 15 = 55$ (км) — осталось идти пешеходу до B;
4) $55 + 45 = 100$ (км) — на таком расстоянии окажутся через 3 часа.

Ответ: между ними может быть 10, 40, 100 или 130 км.

2. Из условия задачи известно, что хвост (Х) весит 1 кг.

Голова (Г) равна хвосту плюс ещё 1/2 туловища (Т):

$$Г = Х + Т/2 \text{ или } 2Г = 2Х + Т.$$

Так как хвост весит 1 кг, то $2Г = 2 + Т$.

Из другого условия известно, что

$$Т = Г + Х \text{ или } Т = Г + 1.$$

Из полученных равенств имеем:

$$2Г = 2 + Г + 1,\ Г = 3, \text{ а } Т = 4.$$

Таким образом, рыба весит $1 + 3 + 4 = 8$ (кг).

Ответ: 8 кг.

3. 1) $84 : 14 = 6$ (см) — длина стороны квадрата;
2) $6 \times 6 = 36$ (см^2) — площадь одного квадрата;
3) $36 \times 6 = 216$ (см^2) — площадь всей фигуры.

Ответ: 216 см^2.

4. Четырёхзначное число, одна из цифр которого равна нулю, может иметь вид: $a0кс$, $ак0с$, $акс0$.

Последнее число можно сразу исключить, так как в этом случае число $акс$ будет в 10 раз меньше числа $акс0$, что противоречит условию. Получаем, что $a0кс = акс \times 9$, $ак0с = акс \times 9$. Определим последнюю цифру. В силу того что $с \times 9$ должно давать двузначное число, имеющее цифрой единиц $с$, $с = 5$, получаем: $a0к5 = ак5 \times 9$, $ак05 = ак5 \times 9$.

Проводя аналогичные рассуждения для цифр $к$ и $а$, найдём пару чисел 2025 и 6075.

Ответ: 2025, 6075.

5. Необходимо выбрать числа от 1 до 95, которые делятся на 2 и на 3, то есть делятся на 6. Такими числами являются: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90. Всего таких чисел 15.

Количество чисел можно было определить иначе:

$$95 : 6 = 15 \text{ (ост. 5)}.$$

Ответ: 15 чисел.

6. В задаче речь идёт о четырёх друзьях (Антоне, Володе, Юре и Мише) и их фамилиях (Боков, Петров, Лукин, Самохин). Составим таблицу для установления соответствия между именами и фамилиями ребят.

	А	В	Ю	М
Б				
П				
Л				
С				

Так как Володя спросил Бокова, то Володя не Боков.

	А	В	Ю	М
Б		–		
П				
Л				
С				

В силу того что Боков может потягаться в плавании с Антоном, Боков не Антон.

	А	В	Ю	М
Б	–	–		
П				
Л				
С				

Из того что коллекцию марок достал из шкафа Петров, а ребята пришли в гости к Мише, можно сделать вывод, что у Миши фамилия Петров.

	А	В	Ю	М
Б	–	–		
П				+
Л				
С				

Из последнего утверждения следует, что никто из оставшихся ребят не может иметь фамилию Петров и никого не зовут Миша.

	А	В	Ю	М
Б	–	–		–
П	–	–	–	+
Л				–
С				–

Из таблицы видно, что у Юры фамилия Боков. И никого больше не зовут Юрием.

	А	В	Ю	М
Б	–	–	+	–
П	–	–	–	+
Л			–	–
С			–	–

Так как Антон не Лукин, то его фамилия Самохин.

	А	В	Ю	М
Б	–	–	+	–
П	–	–	–	+
Л	–		–	–
С	+		–	–

И, следовательно, фамилия Володи — Лукин.

	А	В	Ю	М
Б	–	–	+	–
П	–	–	–	+
Л	–	+	–	–
С	+	–	–	–

Ответ: Антон Самохин, Володя Лукин, Юра Боков, Миша Петров.

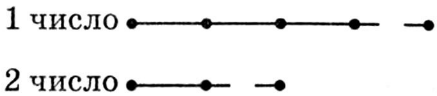
7. Анализируя условие задачи, можно увидеть, что $В < 5$. Это следует из того, что сумма чисел в разряде десятков и сотен меньше 10 ($В + В = Д$, $2В < 10$, то есть $В < 5$). Таким образом, $В$ может принимать только значения 1, 2, 3 и 4. Подставим последовательно вместо $В$ каждое из этих чисел и выберем среди них то, которое удовлетворяет условию задачи.
Получим $А = 9$, $В = 3$, $Д = 6$.

$$
\begin{array}{r}
\times\; 37 \\
99 \\
\hline
333 \\
333 \\
\hline
3663
\end{array}
$$

Вариант 15

1. *Первый способ решения.*

Представим условие задачи в виде чертежа.



Из рисунка видно, что первое число в 2 раза больше второго.

Второй способ решения.

Можно решать без опоры на рисунок. Так как остаток от меньшего числа равен половине самого числа, то большее число содержит 4 половины меньшего и, следовательно, оно в 2 раза больше меньшего.

Третий способ решения.

Пусть даны два числа a и b, причём $a > b$.

Тогда $a - b/2 = x$, $b - b/2 = y$, $y = b/2$.

По условию $x : y = 3$, $x = 3y$, то есть $x = 3b/2$.

В силу того что $a - b/2 = x$ и $x = 3b/2$, можно найти a:

$$a = b/2 + x = b/2 + 3b/2 = 2b.$$

Большее число a в два раза больше меньшего b.

Четвёртый способ решения.

Стало: большее — $3x$; меньшее — x.

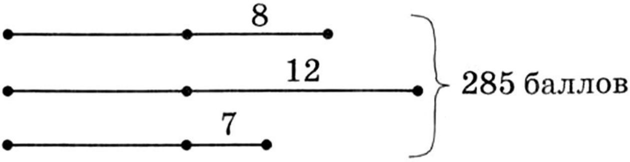
Было: большее $3x + x = 4x$; меньшее $x + x = 2x$,

$4x : 2x = 2$ (раза).

Ответ: большее число в 2 раза больше меньшего.

2. *Первый способ решения.*

Сделаем краткую запись задачи в виде чертежа.



1) $7 + 12 + 8 = 27$ (баллов) — на столько баллов меньше набрали все школы;
2) $285 - 27 = 258$ (баллов) — столько была бы сумма;
3) $258 : 3 = 86$ (баллов) — набрала бы каждая школа;
4) $86 + 7 = 93$ (балла) — набрала школа № 12;
5) $86 + 8 = 94$ (балла) — набрала школа № 24;
6) $93 + 94 = 187$ (баллов) — набрали школы № 12 и № 24 вместе.

Второй способ решения.

Эту задачу можно решить алгебраически. Обозначив за x количество баллов, набранное школой № 12, можно составить уравнение.

$x + (x + 1) + (x + 5) = 285$

$3x = 279$

$x = 93$

Ответ: 187 баллов.

3. Сначала определим, сколько всего молока было:

$$4 + 6 = 10 \text{ (л)}.$$

Выясним, сколько литров должно быть в одном сосуде:

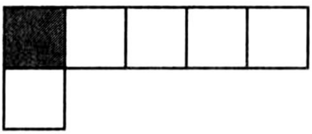
$$10 : 2 = 5 \text{ (л)}.$$

Следовательно, при последнем переливании возможны варианты 5–0–5, 5–5–0, 0–5–5. Последние два варианта невозможны, так как в трёхлитровый сосуд нельзя налить 5 литров.

Решение представим в виде последовательности переливаний.

6 л	3 л	7 л
4	0	6
1	3	6
1	2	7
6	2	2
5	3	2
5	0	5

4. Представим условие задачи графически.



1) $160 : 5 = 32$ (см^2) — площадь половины квадрата;

2) $32 \times 2 = 64$ (см^2) — площадь исходного квадрата;

3) $64 = 8 \times 8$ (см); 8 см — сторона квадрата.

Решение этой задачи алгебраически имеет вид: пусть x —сторона квадрата, тогда $x/2$ и $5x$ — стороны прямоугольника. Его площадь равна 160 см^2.

$5x \times x/2 = 160$ или $5x \times x = 320$,

$x \times x = 64$, $x = 8$ (см).

Ответ: сторона квадрата равна 8 см.

5. *Случай 1.* Сумма цифр, стоящих в разряде единиц, — это единица или двузначное число, оканчивающееся на 1.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}111\\33*\\77*\\99*\end{array}\\ \hline 1111\end{array}$$

Так как три цифры уже вычеркнуты, то в разряде десятков можно вычеркнуть только одну цифру — 9.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}111\\33*\\77*\\9**\end{array}\\ \hline 1111\end{array}$$

Какую бы цифру в разряде сотен мы не вычеркнули, сумма оставшихся цифр будет больше 10. Следовательно, в этом случае решений нет.

Случай 2. Вычеркнем в разряде единиц цифру 9.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}111\\333\\777\\99*\end{array}\\ \hline 1111\end{array}$$

Чтобы в разряде десятков сумма цифр оканчивалась на 0, необходимо либо не вычёркивать ни одной цифры, но тогда в разряде сотен необходимо вычеркнуть все цифры и сумма не будет равна 1111, либо вычеркнуть 3 и 7 или 1 и 9.

$$\begin{array}{r} 1{*}1 \\ +\,333 \\ 777 \\ \underline{9{*}{*}} \\ 1111 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 111 \\ +\,3{*}3 \\ 7{*}7 \\ \underline{99{*}} \\ 1111 \end{array}$$

Рассуждая аналогично, для каждого из случаев получим:

$$\begin{array}{r} 1{*}1 \\ +\,{*}33 \\ {*}77 \\ \underline{9{*}{*}} \\ 1111 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} {*}{*}1 \\ +\,333 \\ 777 \\ \underline{{*}{*}9} \\ 1111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {*}11 \\ +\,3{*}3 \\ 7{*}7 \\ \underline{{*}9{*}} \\ 1111 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 111 \\ +\,{*}{*}3 \\ {*}{*}7 \\ \underline{99{*}} \\ 1111 \end{array}$$

6. *Первый способ решения.*

1) $2 \times 1000 = 2000$ (м) — необходимо проехать;
2) $30 \times 1000 = 30\,000$ (м/ч) — скорость автомобилиста;
3) $30\,000 : 60 = 500$ (м/мин) — скорость в первую минуту;
4) $2000 - 500 = 1500$ (м) — осталось проехать за вторую минуту;
5) $1500 \times 60 = 90\,000$ (м/ч) $= 90$ (км/ч).

Второй способ решения.

Если скорость 30 км/ч, то за одну минуту автомобилист проедет 1/2 км. Ему осталось 1,5 км, это ровно 3 раза по 1/2. Значит, скорость должна быть в 3 раза больше:

$$30 \times 3 = 90 \text{ (км/ч)}.$$

Третий способ решения.

Чтобы проехать весь путь за одну минуту, автомобилисту нужно ехать со скоростью 120 км/ч, а чтобы проехать за две минуты, надо ехать со скоростью 60 км/ч. Но он ехал со скоростью 30 км/ч одну минуту, поэтому ему надо ехать вторую минуту со скоростью $120 - 30 = 90$ (км/ч).

Ответ: автомобилист должен ехать со скоростью 90 км/ч.

7. Если первое предположение — Миша и Сергей оказались победителями — истинно, то второе может быть частично истинным, а третье предположение тогда должно быть ложным, но оно противоречит первому.

Если истинно второе предположение — Миша и Володя оказались победителями, то первое истинно частично (Миша — победитель, а Сергей нет), а третье ложно (Сергей, но не Володя). Аналогично можно рассмотреть третье предположение.

Ответ: Миша и Володя получили дипломы победителей.

Вариант 16

1. $12 \times 171 + 29 \times 9 + 171 \times 13 + 29 \times 16 =$
$= (171 \times 12 + 171 \times 13) + 29 \times 9 + 29 \times 16 =$
$= 171 \times (12 + 13) + 29 \times (9 + 16) =$
$= 171 \times 25 + 29 \times 25 = (171 + 29) \times 25 =$
$= 200 \times 25 = 5000.$

Ответ: 5000.

2. Исходя из условия задачи можно определить периметр одного треугольника. Он равен $AB + BK + 17$.

Тогда можно составить уравнение

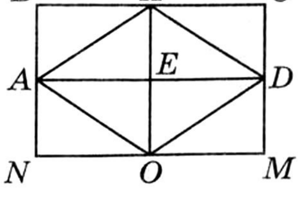
$$(AB + BK + 17) \times 4 = 180.$$

Отсюда находим, что $AB + BK = 28$. Умножая обе части последнего равенства на 2, получим:

$$2 \times AB + 2 \times BK = 56 \quad \text{или} \quad 2 \times AB + BC = 56.$$

Тогда периметр прямоугольника $2 \times 56 = 112$ см.

Можно дополнить данную фигуру до той, периметр которой необходимо найти.



Периметр фигуры $NBCM$ равен

$$2 \times AB + 2 \times BK + 2 \times CD + 2 \times DE =$$

$$= 2 \times (AB + BK) + 2 \times (CD + DE).$$

Периметр этой фигуры от исходного периметра отличается на длину четырёх отрезков AK ($17 \times 4 = 68$). Таким образом, периметр искомой фигуры

$$180 - 68 = 112 \text{ см}.$$

Ответ: периметр исходного прямоугольника равен 112 см.

3. Сумма трёхзначного числа с двузначным, содержащим 3 десятка, может дать четырёхзначное только в том случае, когда цифра в разряде сотен трёхзначного числа равна 9. В этом случае у четырёхзначного числа цифра в разряде тысяч будет 1.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} * * 4 \\ 3 * \end{array} \\ \hline * * * * \end{array}$$

Цифра, стоящая в разряде десятков в трёхзначном числе, должна быть такой, чтобы после сложения её с 3 или 4 (за счёт того, что сумма единиц даст число большее десяти) получалось число, большее или равное 10. Это числа 6, 7, 8, 9.

Ответ: 964, 974, 984, 994.

4. 1) 104 : 10 = 10 (ост. 4) (р.) — цена одной книги, если бы книг было 10;

2) 104 : 60 = 1 (ост. 44) (р.) — цена одной книги, если бы их было 60.

Следовательно, цена одной книги больше 1 р., но меньше 10 р. Поэтому цена одной книги может быть равна 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 р.

Число 104 не делится на 5, 6, 7, 9. Таким образом, цена одной книги может равняться 2, 4 или 8 р.

Можно при поиске решения исходить из того, на какие множители раскладывается число 104:

$104 = 1 \times 104$

$104 = 2 \times 52$

$104 = 4 \times 26$

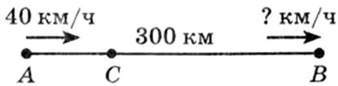
$104 = 8 \times 13$

1×104 не удовлетворяет условию, что книг было больше 10, но меньше 60. Этому условию удовлетворяют числа 13, 26 и 52. Отсюда можно сделать вывод, что стоимость книг могла быть 2, 4 и 8 р.

Ответ: одна книга может стоить 2, 4 или 8 рублей.

5. Так как в условии задачи не сказано, в каком направлении они ехали, то необходимо рассмотреть два случая: движение в одном направлении и движение в разных направлениях.

Случай 1. Движение в одном направлении. Пусть первый автомобиль едет из A в B со скоростью 40 км/ч.

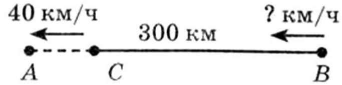


1) $40 \times 2 = 80$ (км) — проехал за два часа первый автомобиль (AC);

2) $300 - 80 = 220$ (км) — осталось первому доехать до B (CB).

Так как второй автомобиль двигался не навстречу первому, то в этом случае между первым и вторым автомобилем не может быть через два часа расстояние 100 км и задача в данной ситуации не имеет решения.

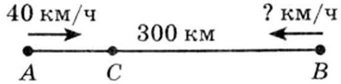
Пусть теперь первый автомобиль едет из A в направлении, противоположном B.



1) $40 \times 2 = 80$ (км) — проехал первый за два часа (AC);
2) $100 - 80 = 20$ (км) — осталось второму доехать до A;
3) $300 - 20 = 280$ (км) — проехал за два часа второй автомобиль;
4) $280 : 2 = 140$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Случай 2. Автомобили двигаются в разных направлениях.

При этом они могут двигаться в противоположных направлениях или навстречу друг другу. В первой ситуации очевидно, что решения нет. Рассмотрим вторую ситуацию.



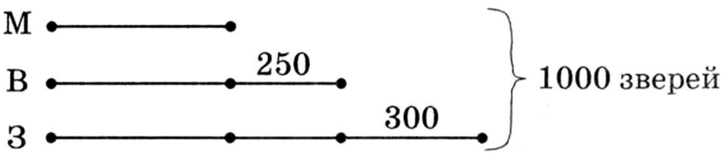
1) $40 \times 2 = 80$ (км) — проехал за два часа первый автомобиль;
2) $300 - 100 - 80 = 120$ (км) — проехал за два часа второй автомобиль;
3) $120 : 2 = 60$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Ответ: в зависимости от направления движения скорость второго автомобиля 60 км/ч или 140 км/ч.

6. В левом нижнем углу не может стоять 2, 3, 4, 5, так как каждое число должно быть написано в каждой строчке, в каждом столбце и в каждой диагонали по одному разу. Поэтому там записана цифра 1. В центральной клетке не могут стоять цифры 1, 3, 4, 5. Следовательно, там записана цифра 2.

Ответ: 2.

7.



1) 250 + 300 = 550 (зверей) — было больше зайцев, чем медведей;
2) 550 + 250 = 800 (зверей) — было больше зайцев и волков, чем медведей;
3) 1000 − 800 = 200 (зверей) — было бы зверей каждого вида, если бы зайцев и волков было столько, сколько медведей.
4) 200 : 3 = 66 (ост. 2)

Ответ: лесничий прав, так как количество зверей должно быть числом натуральным.

Вариант 17

1. 1) $100 : 10 = 10$ (м/с);

2) $10 \times 60 = 600$ (м/мин);

3) $600 \times 60 = 36\,000$ (м/ч);

4) $36\,000 : 1000 = 36$ (км/ч).

Ответ: 10 м/с, 600 м/мин, 36 км/ч.

2. $1891 - (1600 : 40 + 8040 : 40) \times 4 =$
$= 1891 - (40 + 201) \times 4 =$
$= 1891 - 241 \times 4 = 1891 - 964 = 927.$

Опираясь на свойства арифметических действий, можно записать:

$1891 - (1600 : a + 8040 : a) \times c =$
$= 1891 - (8040 : a + 1600 : a) \times c =$
$= 1891 - ((1600 + 8040) : a) \times c =$
$= 1891 - (1600 : \text{а}) \times c - (8040 : a) \times c =$
$= 1891 - (1600 \times c) : a - (8040 \times c) : a =$
$= 1891 - (1600 \times c + 8040 \times c) : a.$

Ответ: 927.

3. В силу того что в XXI веке будет отмечаться 200-летие, то первая цифра в записи числа будет 1, а вторая — 8 и год рождения имеет вид $18ac$.

Сумма цифр, стоящих в разряде сотен и тысяч, равна 9 и она в 3 раза больше суммы цифр, стоящих в разряде единиц и десятков ($9 : 3 = 3$ — это сумма цифр единиц и десятков).

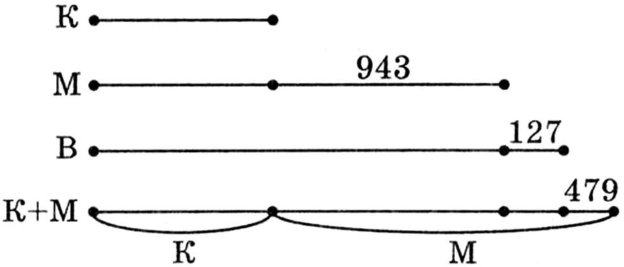
Число 3 можно представить в виде суммы двух слагаемых следующим образом:

$$3 = 0 + 3 = 1 + 2.$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что цифрами десятков и единиц могут быть 3 и 0, 1 и 2. Таким образом, год его рождения может быть 1803, 1812, 1821, 1830. В силу того что цифра десятков должна быть больше цифры единиц, остаются две даты: 1821 и 1830. Последний год не удовлетворяет условию, что он родился и умер в одном веке ($1830 + 73 = 1903$).

Ответ: 1821 год.

4. *Первый способ решения.* Сделаем краткую запись условия задачи в виде чертежа.



Из чертежа видно, что

1) $127 + 479 = 606$ (р.) — выиграл Коля;
2) $606 + 943 = 1549$ (р.) — выиграл Миша;
3) $1549 + 127 = 1676$ (р.) — выиграл Витя.

Второй способ решения.

1) $943 + 127 = 1070$ (р.) — на столько больше выиграл Витя, чем Коля;
2) $1070 + 479 = 1549$ (р.) — выиграл Миша;
3) $1549 - 943 = 606$ (р.) — выиграл Коля;
4) $1549 + 127 = 1676$ (р.) — выиграл Витя.

Третий способ решения. По условию задачи можно составить уравнение:

$$B = K + 943 + 127 \text{ или } B = K + 1070.$$

Кроме того, известно, что $M + K = B + 479$.

Используя первое уравнение, получаем:

$$M + K = K + (1070 + 479).$$

Так как суммы, стоящие в левой и правой частях, равны и у них равны первые слагаемые, то будут равны и вторые слагаемые: $M = 1070 + 479$ или $M = 1549$.

Ответ: 606 рублей выиграл Коля, 1549 рублей выиграл Миша, 1676 рублей выиграл Витя.

5. Наименьшее количество венков, которое каждый грек и муза могли получить после деления, — один.

Тогда венков у муз было 9, а греки всего принесли 12 венков ($3 + 9 = 12$), причём у каждого грека было по 4 венка ($12 : 3 = 4$). Если бы все получили по 2 венка, то всего венков у муз было бы 18 ($2 \times 9 = 18$). И греки в этом случае принесли бы 24 венка ($18 + 2 \times 3 = 24$), а каждый грек принёс бы по 8 венков ($24 : 3 = 8$).

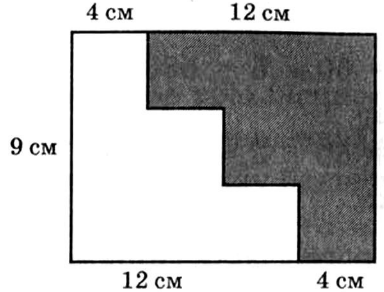
Если бы все получили по m венков, то у муз всего венков было бы $9m$, а греки тогда принесли бы всего $12m$($3m + 9m = 12m$) венков, а каждый грек принёс бы $4m$ венков ($12m : 3 = 4m$).

Ответ: $4m$ венков, где $m = 1, 2, 3, \ldots$

6. Определим сначала площадь прямоугольника. Она равна 144 см^2 ($16 \times 9 = 144$).

В силу того что $144 = 12 \times 12$, длина стороны квадрата будет равна 12 см и площадь одной части должна быть 72 см^2 ($144 : 2 = 72$).

Разобьём сторону, длина которой 16 см, на две части — 12 см и 4 см. Ко второй стороне необходимо прибавить ещё 3 см, чтобы получить 12 см. Решение можно представить в таком виде.



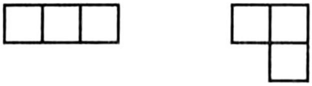
7. 1) $4 \times 4 = 16$ (см^2) — площадь исходного квадрата;

2) $16 : 4 = 4$ (см^2) — площадь отпиленной части;

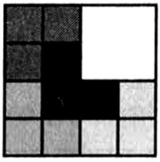
3) $16 - 4 = 12$ (см^2) — площадь оставшейся части;

4) $12 : 4 = 3$ (см^2) — площадь одной части.

Фигура, имеющая площадь 3 см^2 и состоящая из трёх клеток по 1 см^2, может иметь следующую форму.



Первую фигуру придётся исключить, так как не удается разместить четыре таких прямоугольника в требуемой фигуре. Поэтому остаётся вторая фигура. Решение может быть представлено в следующем виде.



Вариант 18

1. 1) $60 \times 2 + 140 \times 5 = 820$ (м) — длина изгороди I участка;
   2) $140 \times 2 + 60 \times 5 = 580$ (м) — длина изгороди II участка;
   3) $140 \times 3 + 60 \times 3 = 600$ (м) — длина изгороди III участка.

Ответ: для второго участка стоимость изгороди будет наименьшей.

2. *Первый способ решения*. Из первого условия («в 2001 году отмечалось 180-летие») следует, что год, в который наградили П.Л. Чебышева Командорским крестом, имеет вид $18ac$. Второе условие говорит о том, что суммы цифр, входящих в разряд тысяч и сотен ($1 + 8 = 9$), и цифр, стоящих в разрядах десятков и единиц ($a + c$), равны, то есть $a + c = 9$. Так как это число делится на 5, то оно заканчивается 5 или 0 ($c = 5$ или $c = 0$) и, следовательно, цифра десятков — 4 или 9. С учётом этих условий получаем два числа: 1845 и 1890. В силу того что цифра десятков больше цифры единиц, получаем год вручения Командорского креста — 1890-й.

Второй способ решения. $2001 - 180 = 1821$ (г.) — родился П.Л. Чебышев. Значит, ему дали орден в XIX в. Известно, что сумма цифр сотен и тысяч равна сумме цифр десятков и единиц. Значит, это могут быть числа 1854, 1845, 1872, 1881, 1863, 1836, 1890. Ещё известно, что цифра разряда десятков больше цифры, стоящей в разряде единиц. Значит, подходят числа 1854, 1872, 1881, 1863, 1890. Нам известно, что это число делится на 5. Значит, ответ — 1890 г.

Ответ: в 1890 году.

3. Запишем произвольное трёхзначное число — 158. Число, записанное в обратном порядке, имеет вид — 851. Найдём разность между большим и меньшим числами: 851 – 158 = 693.

Возьмём число 613 и число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке — 316. Их разность равна 297 (613 – 316 = 297).

Можно заметить, что в разности цифра десятков равна 9, а сумма цифр сотен и единиц тоже равна 9. Поэтому для определения разности достаточно знать цифру сотен (единиц), а цифра единиц (сотен) будет равна разности 9 и цифры сотен (единиц).

В общем виде это можно обосновать так. Рассмотрим трёхзначное число abc (пусть $a > c$), которое в десятичной системе счисления можно записать следующим образом:

$$abc = a \times 100 + b \times 10 + c.$$

Число, записанное в обратном порядке, — cba в виде:

$$cba = c \times 100 + b \times 10 + a.$$

Найдём разность:

$abc - cba =$

$= a \times 100 + b \times 10 + c - c \times 100 - b \times 10 - a =$

$= (a - \text{c}) \times 100 + (c - a) =$

$= (a - c - 1) \times 100 + 9 \times 10 + (10 + c - a).$

Таким образом, вторая цифра равна 9, а сумма цифр сотен и единиц равна 9 ($a - c - 1 + 10 + c - a = 9$).

4. Напишем название каждого из чисел:

8 — восемь;
2 — два;
9 — девять;
0 — нуль;
1 — один;
5 — пять;
7 — семь;
3 — три;
4 — четыре;
6 — шесть.

Ответ: закономерность записи определяется порядком букв в алфавите.

5. *Первый способ решения.*

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;
2) 75 – 30 = 45 (км/ч) — скорость сближения;
3) 90 : 45 = 2 (ч) — за это время катер догонит теплоход;
4) 30 × 5 = 150 (км) — от пристани.

Второй способ решения.

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;
2) 30 × 2 = 60 (км) — проплыл теплоход за два часа после отплытия катера;
3) 60 + 90 = 150 (км) — проплыл теплоход за пять часов;
4) 75 × 2 = 150 (км) — проплыл катер за два часа и догнал теплоход.

Третий способ решения.

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;

2) $90 + 30 = 120$ (км) — проплыл теплоход за четыре часа.

Так как $120 > 75$, то катер не догонит теплоход за один час. Берём два часа.

3) $120 + 30 = 150$ (км) — пройдёт теплоход за пять часов;
4) $75 \times 2 = 150$ (км) — пройдёт катер за два часа;
5) $150 = 150$ — значит, катер догонит теплоход за два часа.

Ответ: два часа понадобится катеру, чтобы догнать теплоход в 150 км от пристани.

6. Количество квадратов со сторонами в 4 клетки — 1, в 3 клетки — 4, в 2 клетки — 9 (4 + 5), в 1 клетку — 18, в 1/2 клетки — 8 (4 + 4). Всего 40 квадратов.

Ответ: 40 квадратов.

7. Так как в следующем году Володе исполнится 13 лет, то в этом году ему должно исполниться 12 лет. Так как позавчера ему было 10 лет, то такая ситуация возможна лишь в период окончания одного года и начала другого. Предположим, что это он говорил 1 января, тогда 30 декабря ему было ещё 10 лет. Следовательно, 31 декабря Володе исполнилось 11 лет, и сейчас ему идёт 12 год. Значит, в следующем году мальчику исполнится 13 лет.

Ответ: возможно, если он родился 31 декабря.

Вариант 19

1. Задачу можно решить арифметически двумя способами.

Первый способ решения.

1) 730 : 10 = 73 (раза) — содержится 10 вёрст в 730 вёрстах;
2) 15 × 16 = 240 (к.) — стоимость 16 лошадей на 10 вёрст пути;
3) 240 × 73 = 17 520 (к.) = 175 р. 20 к. — количество денег, заплаченных за 16 лошадей на 730 вёрст.

Второй способ решения.

1) 730 : 10 = 73 (раза) содержится 10 вёрст в 730 вёрстах;
2) 15 × 73 = 1095 (к.) = 10 р. 95 к. — количество денег, заплаченных за 1 лошадь на 730 вёрст;
3) 1095 × 16 = 17 520 (к.) = 175 р. 20 к. — количество денег, заплаченных за 16 лошадей на 730 вёрст.

Ответ: должны заплатить 175 рублей 20 копеек.

2. Так как каждого цвета была по крайней мере одна шапка, то их могло быть две белых и одна чёрная или одна белая и две чёрных. Поэтому один из братьев, видя, что цвет шапок у двух других братьев одинаковый — белый (чёрный), мог сказать, что он знает цвет шапки. Другой брат, видя, что на братьях шапки белого и чёрного цветов и один брат, на котором шапка чёрного (белого) цвета, уже определил цвет своей шапки, может сделать вывод, что на нём белая (чёрная) шапка.

3. Запишем данные числа в столбик.

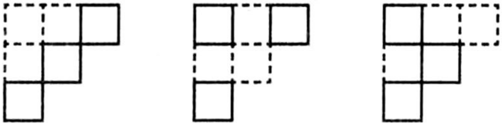
$$\begin{array}{c} 5\,4\,3 \\ 1\,4\,2 \\ 5\,6\,2 \end{array}$$

Выделим несовпадающие цифры, стоящие в разрядах.

$$\begin{array}{ccc} 5 & 4 & (3) \\ (1) & 4 & 2 \\ 5 & (6) & 2 \end{array}$$

Ответ: 163.

4. Возможны три варианта решения.



5. *Первый способ решения.*

1) $7 \times 7 = 49$ (кв. ед.) — площадь исходного квадрата;
2) $10 \times 4 = 40$ (кв. ед.) — площадь четырёх прямоугольников;
3) $49 - 40 = 9$ (кв. ед) — площадь пятого прямоугольника.

Так как $9 = 3 \times 3$ или $9 = 1 \times 9$, то этот прямоугольник — квадрат со стороной, равной 3, в силу того что длина стороны 9 ед. равняться не может, так как у исходного квадрата сторона равна 7 ед.

Второй способ решения.

Если нарисовать квадрат и разделить так же, как на рисунке, то получится, что у прямоугольников ширина будет 2 ед. И если стереть эти прямоугольники, то квадрат уменьшится на 2 ед. с каждой стороны, то есть уменьшится пропорционально, сохранив форму квадрата.

Ответ: может, это квадрат со стороной 3 ед.

6. 1) $9 \times 2 = 18$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул один раз;

2) $18 \times 2 = 36$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул два раза;

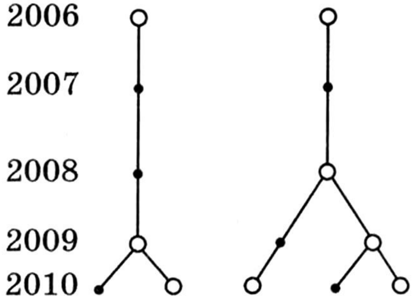
3) $36 \times 2 = 72$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул три раза;

4) $72 \times 2 = 144$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул четыре раза.

Так как $144 > 140$, то Буратино перестал обманывать.

Ответ: Буратино обманул 4 раза.

7. Нарисуем схему согласно условию задачи.



Ответ: в 2010 году у фермера будет 9 овец.

Вариант 20

1. 1) $360 : 6 = 60$ (шагов) — сделала ворона;
   2) $60 - 20 = 40$ (шагов) — сделал попугай;
   3) $360 : 40 = 9$ (см) — длина шага попугая.

Ответ: длина шага попугая 9 см.

2. Так как количество десятков в записи числа больше или равно 5, то эти числа могут иметь следующий вид: двузначные — $5x$ или $6x$, а трёхзначные — $x5x$ или $x6x$.

   Согласно второму условию в записи числа не используются одинаковые цифры. Исходя из этого условия можно выписать все трёхзначные и двузначные числа:

   Двузначные — 56, 51, 50, 65, 61, 60.

   Трёхзначные — 150, 156, 651, 650, 160, 165, 560, 561.

Ответ: 14 чисел.

3. 1) $660 : 60 = 11$ (ч) — столько времени ехали три машины;
   2) $26 : 2 = 13$ (л) — вторая машина тратила за один час;
   3) $13 \times 11 = 143$ (л) — израсходовала вторая машина;
   4) $269 - (60 + 143) = 66$ (л) — израсходовала третья машина;
   5) $66 : 11 = 6$ (л) — третья машина тратила за один час.

Ответ: 6 литров.

4. Данная фигура состоит их квадрата со стороной, равной 4 см, и треугольника, составляющего половину этого квадрата.

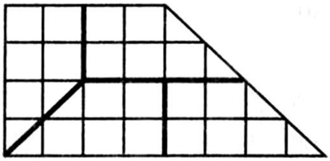
1) $4 \times 4 = 16$ (см^2) — площадь квадрата;

2) $16 : 2 = 8$ (см^2) — площадь треугольника;

3) $16 + 8 = 24$ (см^2) — площадь всей фигуры;

4) $24 : 4 = 6$ (см^2) — площадь одной части.

Данную фигуру можно разбить на 4 части, площадь каждой из которых будет 6 см^2, следующим образом.



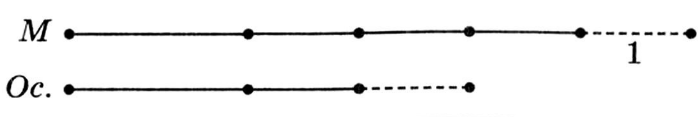
5. Нуль может получаться при умножении на числа, оканчивающиеся нулями. Таких чисел два — 10 и 20.

Кроме того, нуль можно получить при умножении чисел, кратных 5, на чётные числа. Это возможно при умножении 5 и 15 на чётные числа. Следует также учесть, что при умножении 25 на 4 получится 100. Таким образом, произведение оканчивается 6 нулями.

Ответ: 6 нулями оканчивается произведение.

6. Рассмотрим решение этой задачи двумя способами: арифметическим и алгебраическим.

Первый способ решения. Представим условие задачи в виде чертежа.



Из чертежа видно, что мул нёс 7 мер ($4 \times 2 - 1 = 7$), а осёл 5 мер ($4 + 1 = 5$).

Второй способ решения. Каждое из условий задачи представим в виде равенства:

$$M + 1 = 2 \times (Oc. - 1) \text{ и } M - 1 = Oc. + 1.$$

Из второго равенства можно выразить M: $M = Oc. + 2$ и, подставляя его в первое равенство, получим:

$Oc. + 3 = 2 \times Oc. - 2;$

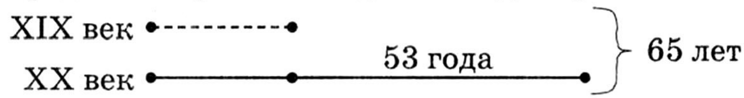
$Oc. = 5.$

Используя тот факт, что $M = Oc. + 2$, найдем M:

$$M = 7.$$

Ответ: мул нёс 7 мер, а осёл — 5 мер.

7. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) $65 - 53 = 12$ (лет);
2) $12 : 2 = 6$ (лет) — прожил Хинчин в XIX в.;
3) $53 + 6 = 59$ (лет) — прожил Хинчин в XX в.;
4) $1900 - 6 = 1894$ — год рождения.

Ответ: А.Я. Хинчин родился в 1894 году.

Учебное издание

Дробышев Юрий Александрович

Олимпиады по математике
1–4 классы

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *М.А. Козлова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Художественный редактор *Л.В. Демьянова*
Корректор *Т.И. Шитикова*
Дизайн обложки *М.Н. Ершова*
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано по технологии CTP
в ИПК ООО «Ленинградское издательство»
194044, Санкт-Петербург, ул. Менделеевская, д. 9
Тел./факс: (812) 495-56-10

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).

- Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения) для начальной школы.

- Единый Учебно-Методический Комплект, рекомендованный РАО, с учебниками по математике составляют:
  - **Олимпиады по математике. 1 – 4 классы**
  - Олимпиады по математике. 2, 3, 4 классы
  - Развивающие задания. 1, 2, 3, 4 классы
  - Нестандартные задания по математике. 1, 2, 3, 4 классы
  - Гимнастика для ума. 1 – 4 классы.

- **Пособие является необходимым дополнением к школьным учебникам по математике, рекомендованным Министерством образования и науки Российской Федерации и включённым в Федеральный перечень учебников. Реальная образовательная практика учитывает проблемы всех участников образовательного процесса: учащихся, их родителей и преподавателей.**

- Ученики смогут:
  - закрепить практические навыки, полученные на уроках;
  - повысить уровень математической подготовки.

- Родители найдут:
  - материал, который поможет ребёнку развивать память, внимание, наблюдательность, логическое мышление;
  - возможность развивать кругозор ребёнка, его интерес к учёбе.

- Преподаватели получат уникальную возможность:
  - развивать личностную сферу учащегося;
  - формировать общеинтеллектуальные умения.

- Пособия прошли апробацию во многих регионах России, имеют положительные заключения от специалистов институтов развития образования. Пособия практичны, современны по содержанию и оформлению. По ним легко учить и интересно учиться.

- Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «***ЭКЗАМЕН***» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

ISBN 978-5-377-05677-5

9 785377 056775